



TITLE:

衛星通信システムにおける混変調雑音と非直線伝送特性に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

平田, 康夫

CITATION:

平田, 康夫. 衛星通信システムにおける混変調雑音と非直線伝送特性に関する研究. 京都大学, 1977, 工学博士

ISSUE DATE:

1977-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r3301>

RIGHT:

衛星通信システムにおける混変調雑音と
非直線伝送特性に関する研究

平 田 康 夫

衛星通信システムにおける混変調雑音 と非直線伝送特性に関する研究

平 田 康 夫

内 容 梗 概

本論文は、衛星通信のように伝送路が強い非直線特性を有する通信システムにおいて発生する混変調雑音、およびその影響の軽減対策ならびに伝送路の非直線特性が信号に及ぼす影響に関する研究を取りまとめたものである。

本文では、まず、混変調雑音の一般的特性を理論的に明らかにしている。次に、複数の信号が共通増幅される場合に生じる混変調雑音が各信号に及ぼす影響を最小化するような周波数割当方法に関して、その解法アルゴリズムを明らかにするとともに、具体的配列解を求めている。

また、本論文では、新たにデジタル変調信号に対するスペクトラム拡散方式の提案を行なうとともに、その拡散効果を論じている。さらに、衛星通信システムへのデジタル通信方式の導入に先だって明らかにしておく必要がある諸現象つまり混変調雑音を含めて伝送路の非直線特性が信号に及ぼす影響に関する理論的考察を行なっており、信号品質劣化を定量的に明らかにしている。

目 次

第 1 章 序 論	1
1. 1 研究の背景	1
1. 2 本研究の目的と概要	6
第 2 章 混変調雑音に関する一般的考察	10
2. 1 進行波管における混変調雑音	10
2. 1. 1 進行波管の入出力特性	10
2. 1. 2 3 周波共通増幅時の 3 次混変調雑音	13
2. 1. 3 多周波共通増幅時の 3 次混変調雑音	17
2. 2 3 次混変調雑音の電力スペクトル	24
2. 2. 1 FM 多重電話信号の電力スペクトル	24
2. 2. 2 FM 波の 3 次混変調雑音スペクトル	27
第 3 章 混変調雑音の影響を最小化する信号チャネル配列法	31
3. 1 単純差集合配列	31
3. 1. 1 定差集合理論による表現	32
3. 1. 2 最適単純差集合配列の求め方	33
3. 1. 3 具体的配列解	35
3. 2 信号帯域内の 3 次混変調を最小化するチャネル配列	37
3. 2. 1 割当帯域幅と混変調出力との関係	37
3. 2. 2 チャネル配列解の具体例	43
3. 3 複数エリヤシステムにおける最適チャネル配列	47
3. 3. 1 複数エリヤシステムの構成例	47
3. 3. 2 チャネルインタリーブ多重時の単純差集合配列	49
3. 3. 3 信号帯域内の 3 次混変調を最小化するチャネル配列	54

DOC

1976

12

電気系

第4章	ディジタル変調信号のスペクトラム拡散技術	61
4.1	背景技術	61
4.1.1	FM多重電話信号に対するスペクトラム拡散技術	61
4.1.2	スクランブル技術	62
4.1.3	擬似雑音系列	66
4.2	提案方式	68
4.2.1	方式の概要	68
4.2.2	TDMAシステムへの適用	70
4.3	ユニークワードの誤検出とその対策	72
4.3.1	ユニークワードの誤検出	72
4.3.2	受信誤同期の除去対策	75
4.4	スペクトラム拡散効果	77
4.4.1	一般的考察	77
4.4.2	拡散効果の確率的変動	80
第5章	非直線特性による信号劣化	88
5.1	非直線伝送系におけるPSK信号の劣化	88
5.1.1	対象とする通信システムと解析モデル	88
5.1.2	一般的解析	90
5.1.3	計算に際しての仮定	96
5.1.4	計算結果とその考察	97
5.2	共通増幅時におけるPSK信号劣化	107
5.2.1	対象とする通信システムと解析モデル	107
5.2.2	計算式の誘導	110
5.2.3	計算結果とその考察	116
5.3	共通増幅時におけるFM信号劣化	122
5.3.1	対象とする通信システムと解析モデル	122
5.3.2	AM/PM変換特性	125
5.3.3	一般的解析	128

5. 3. 4	実験及び計算結果とその考察	133
第 6 章	結 論	138
謝 辞	146
参考文献	147
付 録	153

衛星通信システムにおける混変調雑音 と非直線伝送特性に関する研究

第 1 章 序 論

1. 1 研究の背景

通信システムにおいて、伝送路が線形素子のみから構成されている場合における信号歪や信号品質劣化などの伝送特性に関しては、既に数多くの研究成果が報告されており、学問的にもほぼ体系化されたものと考えられる。

一方、伝送路が強い非直線素子を含む場合には、新たに非直線性が信号に及ぼす影響を考慮する必要があるが、解析や定式化が困難であること、計算がぼう大となること、通信システムの具体的な対象が少なかったこと、等の理由により従来体系立った研究があまりなされていなかった。

さて、現在実用に供されている通信システムのうち、強い非直線性を有するものとして衛星通信システムがある。一般に、衛星通信システムにおいては、伝搬通路長が長いために信号の減衰が大きいいうえに、システムの経済設計のためには衛星重量を軽量化しなければならないという制約があり、地球局からはできるだけ大電力で信号を送出し、一方衛星ではできるだけ電力の有効利用をはかることが重要な鍵となっている。そのため、衛星通信システムにおいては、広帯域性に富みかつ電力変換効率の高い進行波管が、地球局及び衛星中継器の最終段電力増幅器として現在広範囲に利用されており、将来においても利用され続けるものと予想される。

ところで、進行波管は、上述の利点を有する反面、好ましくない現象として、強い入出力振幅非直線性及びAM/PM変換特性（出力位相の入力信号振幅依存性）を有しており、複数信号を共通増幅する際に混変調雑音が生じ、また振幅変動成分を有する信号を増幅する際に大きな信号歪が生じ、それらが信号品質を劣化させる要因となる。

このような混変調雑音や信号歪の発生機構や発生量等については既にいくつかの研究論文が報告されており、また、伝送路の非直線性が受信信号品質に及ぼす影響についても、簡単なモデルでの解析結果が既に一部報告されている。しかしながら、従来の混変調雑音に関する研究は、大部分が無変調信号を対象としたものであり、また、多周波共通増幅時に生じる混変調雑音が信号に及ぼす影響を最小化するような無線信号チャネル配列の理論的解法も明らかにされていなかった。さらには、近い将来実用化が予想されるデジタル衛星通信システムにおいて、伝送路の非直線性が信号に及ぼす影響を及ぼすかという問題及びこの影響を軽減させる技術については従来ほとんど取り扱われていなかった。

本論文は、このような背景を考慮して、非直線特性を有する通信システムにおける信号のふるまいに関して、従来理論的に解明されていなかった諸問題を明らかにすること及び従来理論の拡張、体系化を目的とするものである。

以下、本研究の背景及び位置づけを明らかにすることを目的として近年の諸研究を整理する。本論文に関連する研究は大別して下記の4分野に分類することができる。

- (1) 非直線特性と混変調雑音との関係について論じたもの。
- (2) 混変調雑音の影響を最小化する信号チャネル配列法に関するもの。
- (3) 混変調雑音の影響を軽減するための信号スペクトル拡散技術に関するもの。
- (4) 混変調雑音を含めて伝送路の非直線特性が希望信号に及ぼす影響に関するもの。

まず、(1)に関する研究は、システム設計を行なう際に混変調雑音量をどの程度見込む必要があるか、また、進行波管などの増幅器の動作レベルをどの程度に選べばシステムの最適設計が可能となるか等の問題に 대응することを主目的とするものであり、対象とする増幅器の非直線特性や共通増幅される信号の数等に応じて様々な研究結果が報告されている。

PutzやKunz等は、2周波共通増幅時の入出力振幅非直線性にもな

う 3 次混変調雑音について、非直線特性をベキ級数表示で与え、3 次混変調雑音量を求める計算式を導き、かつ実験的にその計算式の妥当性を明らかにしている。^{(1),(2)} また、大和久及び桑桓は非直線特性として入出力振幅非直線性と AM/P M 変換効果両方を考慮し、上記 Putz 等と同様の手法により、進行波管の動作常数と 3 次混変調雑音の出力量との関係を明らかにしている。⁽³⁾ Berman は、進行波管の AM/P M 変換特性に着目し、実測データをもとに、その特性を指数関数で仮定するのがより良い近似を与えることを指摘し、この仮定のもとで 3 次混変調雑音に関する理論解析を行い、かつ実験的にこの仮定の有効性を実証している。⁽⁴⁾ Westcott は、上記 Putz 等と同様の手法により、3 次混変調雑音の一般的性質を整理するとともに、入力信号数が多くなった場合における 3 次混変調雑音量について取り扱っている。⁽⁵⁾ その後、Simbo は、複数の信号とガウス性雑音とが共通増幅される場合を対象として、入出力振幅非直線性と AM/P M 変換特性を任意の関数で与えた時の混変調雑音を与える一般式を、複雑な理論解析を行なった上で誘導している。⁽⁶⁾

以上からも明らかなように、非直線特性と混変調雑音との関係については、既に数多くの研究が報告されているが、それらの大部分は無変調信号を対象としており、信号が周波数変調や位相変調されている場合の混変調雑音の電力スペクトルについてはほとんど取り扱われていなかった。

次に(2)の混変調雑音の影響を最小化する信号チャネル配列法に関する研究を見る。混変調雑音の周波数は、それを発生させる信号の周波数によって決定される。したがって、割当周波数帯域幅に余裕がある場合、予め 3 次混変調雑音がいかなる信号帯域にも落ち込まないように信号チャネルを割り当てる方法が考えられる。このようなチャネル配列法は、かつて Babcock によって提案され、3 次混変調雑音を対象として、信号数が 10 以下の場合について具体的な配列解が求められている。⁽⁷⁾ その後、渡辺によってその一部修正が行われ、かつ所要帯域幅の必要下限値が明らかにされている。⁽⁸⁾ また、渡辺は、すべての配列についての組み合わせ計算を行ない、信号数が 10 以上についての解を求めたが、計算時間の制約に

より信号数が12以上の領域では最適配列解を求めることがほとんど不可能であると結論している。

以上(2)の分野に関する従来の研究は、信号帯域に落ち込む混交調雑音量を最小化する信号チャネル配列法の1つの極端な場合を対象としているものであり、かつその具体的解法もいわゆる力づくの組み合わせ計算を行なうもので、理論的な解法アルゴリズムは明らかにされていなかった。

研究分野(3)の信号スペクトル拡散技術に関しては、現在衛星通信等マイクロ波通信システムにおいて広く実用に供されている周波数変調(FM)方式においては、入力が軽負荷時にベースバンド帯にて低周波の三角波を入力情報に付加してスペクトラムの拡散を行なう方式が採用されており、技術的には確立されている。一方、近い将来実用化が予想される時分割多元接続(TDMA)方式を始めとするディジタル通信方式に対しては何らスペクトラムを拡散するための対策が準備されていなかった。

ところで、ディジタル情報伝送系においては、符号間干渉の抑圧、同期安定化、回線監視等の目的で、情報符号列に何らかの処理をほどこして伝送符号系列をつくる試みがしばしば行なわれている。例えば、J.E.Savageは、回線監視を主目的として、送信すべき符号列を割り算回路を通してスクランブルする方法を提案している。⁽⁹⁾ このようなスクランブル方法を含めて、伝送路符号を作成する技術については既に数多くの研究がなされているが、スペクトラム拡散という観点から、具体的な通信システムを対象とした伝送路符号作成技術については特に研究が行なわれていなかった。

分野(4)の研究は、非直線伝送系における単一搬送波の伝送特性を扱ったものと、複数搬送波共通増幅時における信号品質劣化を扱ったものとに分類できる。また、変調技術としてFM方式で代表されるアナログ変調方式と位相変調(PSK)方式で代表されるディジタル変調方式とが考えられる。

まず、単一搬送波を対象とする研究は、FM方式の場合信号振幅が一定であり非直線特性の影響が問題とはならないため、大部分がPSK方式を

対象としている。本課題に関する理論的研究は、非直線特性として入出力振幅非直線性、AM/P M変換特性のいずれを対象とするか、その特性をどのように仮定するか、信号劣化を周波数スペクトルでとらえるか復調後のビット誤り率特性でとらえるか等によってさらに細分化できる。

D. C. Jain 等は、入出力振幅非直線特性を対象とし、その特性としてリミッタ特性を仮定して、復調P S K信号のビット誤り率特性の劣化についての理論解析を行なっており、⁽¹⁰⁾ その後、水野等によって複数のリミッタが継続に接続された場合への拡張が行なわれている。⁽¹¹⁾ 一方、畑等は、AM/P M変換効果が帯域制限されたP S K信号に及ぼす影響について、受信P S K信号の波形歪の観点から詳細なる解析を行なっている。⁽¹²⁾ また、村谷等は、現在商用に供されているインテルサットⅥ号衛星の進行波管の非直線特性を対象として、計算機シミュレーションによって送受信ろ波器の特性や運用動作レベルと復調P S K信号の劣化量との関係を明らかにしている。⁽¹³⁾ さらに、このような非直線特性と復調P S K信号の誤り率特性との関係については、既に実験結果がいくつか報告されている。^{(14), (15), (16), (17)}

次に、複数搬送波共通増幅時における信号品質劣化に関しては、共通増幅の結果生じる混変調雑音が対象とする信号帯域に落ち込んだ時に問題となる。この際、混変調雑音と対象とする信号との位相が無相関であるならば、混変調雑音を通常の干渉信号とみなすことができるので、その発生量さえ明らかになれば、信号品質劣化を定量的に知ることができる。一方、混変調雑音と希望信号との位相に相関がある場合については特別な取扱い方が必要であるが、これについては従来ほとんど研究がなされていなかった。また、P S K信号のように強い振幅変動成分を有する信号とF M信号とが共通増幅される場合、F M信号は伝送路のAM/P M変換効果によって一種の位相変調を受け、その結果信号品質が劣化するが、このような問題については、従来、具体的な対象が無かったこともあり、全く研究が行なわれていなかった。しかしながら、筆者等が行なった研究の後、このような現象の重要性が認識され、Pontano等によって引き続き詳細なる

研究が進められている。(18)

1.2 本研究の目的と概要

本論文は6章より構成されており、その目的及び概要は以下のとおりである。

まず、第2章の研究は、前節で分類した研究分野の(1)に関連するものである。前節で述べたように、研究分野(1)の非直線特性と混変調雑音との関係については、既に数多くの研究成果が報告されている。しかしながら、それらの大部分は無変調信号を対象としたものであり、実用システムへの適用を考慮した場合、必ずしも完成されたものであるとはいえない。すなわち、例えば、現在の衛星通信システムにおいては、地球局の送信機で発生する混変調雑音は、4 kHz当りの電力密度が制限値を超えないようにと規定されており、混変調雑音が有する全電力ではなく、電力スペクトルの尖頭値が問題となっている。したがって、実用システムへの適用に重点を置いた場合、信号が変調されている際の混変調雑音のスペクトル解析等、解決を要する問題も数多く残されている。

以上の事情を背景として、第2章の研究は、3次混変調雑音の一般的性質の整理及び混変調雑音のスペクトル解析を行なったものである。

すなわち、まず2.1節において、進行波管を主対象として、非直線特性と3次混変調雑音との関係を明らかにするとともに、3次混変調雑音が有する一般的性質を論じている。(19),(20) なお、この内容は、基本的には、Westcottや大和久等によって行なわれた研究を補正整理、体系化したものである。次に、2.2節では、信号が周波数変調されている場合を対象として、その電力スペクトル及び3次混変調雑音の電力スペクトルについて論じている。(21)

第3章は、多数の等振幅信号が非直線特性を有する増幅器によって共通増幅される場合における最適信号チャネル配列法に関する研究であり、前節の研究分野(2)に相当している。このような信号チャネル配列法については、前節で述べたように、Babcockによって混変調雑音の影響を全く無

くするような信号チャネル配列法の提案が行なわれ、信号数が10以下の場合について具体的な配列解が示されているが、この配列解を得るための理論的な解法アルゴリズムは発見されていなかった。さらに、この配列方法は、周波数の利用効率が良くないため、実用システムへの適用を考慮した時、必ずしも万能であるとはいえない。すなわち、実用システムの設計に際しては、予め周波数帯域幅が与えられて、その中で信号チャネルに落ち込む混変調雑音を最小化するような信号チャネル配列法やシステム内に複数のサービス・エリアが存在し、各エリアに対して異なる周波数を割り当てるような場合における最適チャネル配列法を明らかにすることも重要な研究課題であると考えられる。そこで、第3章では、まず3.1節において、いかなる3次混変調積も信号帯域内に落ち込まないような信号チャネル配列の解が定差集合理論を用いて求めることができることを示し、その解法アルゴリズムについて論じ、かつ具体的な配列解を求めている。⁽²²⁾次に、3.2節では、帯域幅にそれほど余裕が無い場合を対象として、最適チャネル配列を行なった場合の信号帯域に落ち込む3次混変調積の数と割り当帯域幅との一般的関係を論じ、かつ具体的な最適配列解を求めている。⁽²³⁾

以上は、割り当帯域を地域別に分割することなく使用する場合を対象としたものであるが、複数のサービス・エリアが存在し、かつ各エリアに対して別個の信号チャネルが割り当てられるようなシステムも考えられる。そこで、3.3節では、このような複数エリアシステムを対象として、最適信号チャネル配列、割り当帯域幅と混変調雑音との関係等について論じ、かつ具体的な配列解を求めている。⁽²⁴⁾

第4章の研究は、デジタル変調信号に対するスペクトラム拡散技術及びその効果に関するものであり、前節の研究分野(3)に相当している。まず、4.1節では、関連技術として、現在のFM波に対して採用されているスペクトラム拡散技術を概説するとともに、既存の符号スクランブル技術とそれをスペクトラム拡散技術として採用する際の問題点を明らかにしている。また、4.1節では、4.2節で提案しているスペクトラム拡散方式

において適用している擬似雑音系列 (Pseudo-Noise Sequences ; PN 系列) のうち特に最大周期系列 (Maximum-Length Sequences ; M 系列) について、その一般的性質及びその発生方法を論じている。

次に 4.2 節では、ディジタル変調信号に対するスペクトラム拡散技術の提案を行ない、かつ P S K / T D M A システムに適用した場合の装置の構成について論じている。⁽²⁵⁾ なお、ここで提案するスペクトラム拡散方式とは、送信側と受信側に同一特性の P N 系列発生器を設け、送信側では、情報符号系列をこの P N 系列で変換することによって伝送路符号をランダムパターンに近い状態にし、受信側では逆変換することによって元情報符号系列を再現することを特徴とするものであり、インテルサットにおける P S K / T D M A 方式実用化に際して採用される予定になっている。⁽²⁶⁾ また、C C I R においても広くディジタル変調信号に対するスペクトラム拡散の標準方式として認められている。⁽²⁷⁾

このような P N 系列によるスペクトラム拡散方式を採用した場合、伝送系において同一符号パターンが周期的に繰り返し生じる恐れがある。この符号パターンがフレーム同期用符号パターンに近い構成にある場合、受信側では、これをフレーム同期符号とみなして誤って同期引き込みを実行することが考えられる。そこで、4.3 節では、このような同期符号の誤検出がどのような確率で発生するかについて論じるとともに、これを避けるための方法を示している。⁽²⁸⁾ さらに 4.4 節では、P N 系列によってスペクトラム拡散を行なったことによる効果に関する一般的検討を行なうとともに、拡散効果を低下させる確率的変動要因についての理論的考察を行なっている。⁽²⁹⁾

第 5 章の研究は、衛星通信システムへのディジタル通信方式の導入に際して問題となる下記の 3 点を主として理論的に論じたものである。

- (a) 非直線伝送系における P S K 信号の伝送特性。
- (b) P S K 信号、F M 信号共通増幅時に生じる混変調雑音が P S K 信号に及ぼす影響。
- (c) P S K 信号、F M 信号共通増幅時における F M 信号の劣化。

上記項目(a)に関しては、前節で述べたように既に数多くの研究が報告されている。しかしながら、それらの理論研究の大部分は、非直線特性としてハードリミッタ特性等の単純なモデルを対象としたものであり、実用システムへの適用を考慮したとき、必ずしも満足できるものではない。5.1節では、できるだけ現実に近い非直線特性を対象として、それによって影響を受けた復調P S K信号のビット誤り率特性を求める計算式を理論的に誘導しており、かつ4相P S K信号を例にとり、数値計算によりビット誤り率特性の劣化量と送受信フィルタの遮断特性、変調信号の符号パターン等との関係を定量的に明らかにしている。⁽³⁰⁾

現在の商用衛星通信システムにおいては、F M変調方式のみが採用されているが、近い将来伝送路の有効利用をはかることを目的としてP S K方式が導入され、その結果当分、F M信号とP S K信号とが同一システム内で混在し続けるものと思われる。

ところで、F M信号とP S K信号とを強い非直線特性を有する増幅器で共通増幅する際に相互でどのような影響を及ぼし合うかという問題つまり上記項目(b)及び(c)については従来ほとんど研究が行なわれていなかった。

5.2節は、このうち項目(b)を理論的に取り扱ったものであり、ある種の混変調雑音はP S K信号と位相相関な関係にあり、入出力振幅非直線性による混変調雑音とA M/P M変換効果による混変調雑音とが互いに相乗効果となってP S K信号に影響を及ぼすことを理論的に明らかにしている。⁽³¹⁾

一方、5.3節は、項目(c)を理論的並びに実験的に取り扱ったものであり、A M/P M変換効果を有する増幅器を一種の位相変調器とみなして、A M/P M変換特性と復調F M信号の品質劣化量との関係を与える理論式を導き、数値計算及び実験によって理論解析の有用性を確認している。^{(19), (32)}

第6章は本論文の結論であり、本研究によって得られた主要な結果を要約している。

第2章 混変調雑音に関する一般的考察

衛星通信系のように伝送路における信号の減衰が著しく、それを補うためにできるだけ高能率な状態で増幅器を動作させる必要があるシステムにおいては、伝送路の非直線性が信号に及ぼす影響が重大な問題となっている。特に、非直線性を有する増幅器によって複数の信号が共通増幅される場合には、入力信号が個々の信号相互間の差周波数に相当する振幅変動成分を有するため、大きな歪信号が発生する。この歪信号が混変調雑音と呼ばれるものである。

第2章では、まず2.1節において、進行波管を主対象として、非直線特性と3次混変調雑音との関係を明らかにするとともに、3次混変調雑音が有する一般的性質を論ずる。次に、2.2節では、信号が周波数変調されている場合を対象として、その電力スペクトル及び3次混変調雑音の電力スペクトルについて論じる。

2.1 進行波管における混変調雑音

2.1.1 進行波管の入出力特性⁽¹⁹⁾

進行波管は1947年頃 Kompfner によって発明され、その後広帯域化、高利得化、高出力化への改良が重ねられ、現在ではマイクロ波帯の広帯域増幅器として広範囲に用いられており、特に衛星通信システムにおいては、地球局送信部における、また衛星中継器における電力増幅器として欠かすことのできない存在となっている。

ところで、進行波管は好ましくない特性として強い入出力振幅非直線性とAM/PM変換効果とを有しており、そのため2周波以上の信号を共通増幅すると混変調雑音が生じる。図2.1は、進行波管の一般的な入出力特性例を示している。⁽⁵⁾ 同図からも明らかなように、進行波管は、ある入力レベルで出力が飽和状態となり、それ以上入力を増しても出力は増加しない。したがって、入力レベルを飽和レベルに近づけるほど入出力特性の非直線性が大きくなり、その結果混変調雑音が多くなる。そこで通常は、飽和レベルよりもある程度余裕をもたせて動作点が設定される。

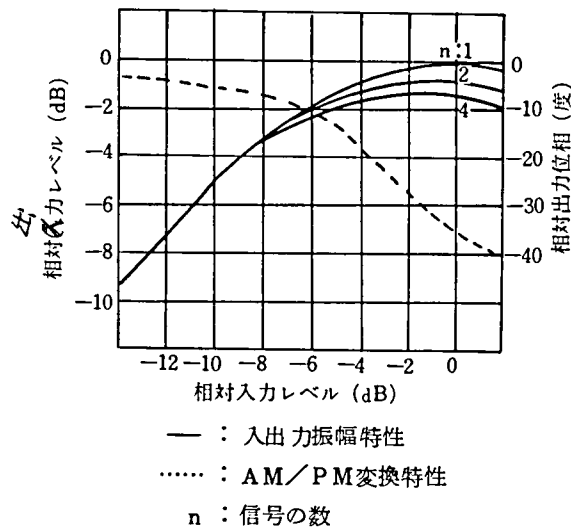


図 2.1 一般的な進行波管の入出力特性

この余裕がバック・オフと呼ばれるものである。いい換えれば、出力バック・オフとは1信号入力時における飽和出力と通常の使用状態での全出力との比であり、入力バック・オフとは1信号入力時において飽和出力となる入力信号レベルと通常の使用状態での全入力との比である。通常の進行波管では複数信号を入力とすることによる出力損失が約1.5デシベルある。したがって、出力バック・オフとしては最低1.5デシベル必要である。

次に、図2.1にも示されているように、進行波管は、入力レベルを増加してゆくと相対出力位相が遅れるという特性をもっている。したがって、入力信号がAM成分(振幅変動分)をもっていると、そのAM成分に応じて出力信号の位相が変化することになる。これがAM/P M変換効果と呼ばれるものである。

以下、進行波管の入出力特性を数学的に取り扱うことにする。

まず、進行波管を入力振幅によって利得および出力位相が変化する伝送媒体とみなし、また周波数特性は入出力非直線特性に比べて影響が少ないと考えて無視する。この時、入力信号を V_i 、出力信号を V_o とす

れば、進行波管の入出力特性は、高調波成分の発生を考慮しなければ、一般に次式で与えられる。⁽¹⁹⁾

$$V_i = e \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.1)$$

$$V_o = G(e) \cos(\omega t + \varphi + \Phi(e)) \quad (2.2)$$

ただし、

$G(e)$: 入出力振幅特性

$\Phi(e)$: AM/PM変換特性

次に、 n 周波入力を考える。

$$\begin{aligned} V_i &= E_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + E_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) + \cdots + E_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \\ &= \sum_{j=1}^n E_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \end{aligned} \quad (2.3)$$

この時、合成信号の包絡線振幅は次式で与えられる。

$$e(t) = \sqrt{\sum_{j=1}^n E_j^2 + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n E_j \cdot E_k \cos\{(\omega_j - \omega_k)t + (\phi_j - \phi_k)\}} \quad (2.4)$$

また、出力信号 V_o は次式で与えられる。

$$V_o = \frac{G(e)}{e} \sum_{j=1}^n E_j \cos(\omega_j t + \phi_j + \Phi(e)) \quad (2.5)$$

ところで、式(2.5)において、入出力振幅非直線特性 $G(e)$ 及び AM/PM変換特性 $\Phi(e)$ は近似的に下記の級数形で与えることができる。⁽³⁾

$$G(e) = h_1 e + h_3 e^3 + h_5 e^5 + \cdots \quad (2.6)$$

$$\Phi(e) = (\theta_0 + \theta_2 e^2 + \theta_4 e^4 + \cdots) \quad (2.7)$$

ただし、 h_1, h_3, h_5, \cdots および $\theta_0, \theta_2, \theta_4, \cdots$ は、進行波管の入出力特性を与える係数であり実験的に求めることができる。

式(2.6)及び(2.7)のように、入出力非直線特性をべき級数表示する解析手法は大和久等を始め広く用いられているが、近年 AM/PM 変換特性に関しては、次式を用いたほうがより良い近似を与えることが

Berman によって指摘されている。⁽⁴⁾

$$\phi(e) = b_1 \{1 - \exp(-b_2 e^2)\} + b_3 e^2 \quad (2.8)$$

なお、過飽和領域のAM/PM変換特性まで問題になる場合には、式(2.8)は有効であるが、数デシベル以上のバックオフがとられる場合には、式(2.6)及び(2.7)を用い、かつせいぜい3項程度までを考慮すれば十分である。

2.1.2 3周波共通増幅時の3次混変調雑音

前述のように、混変調雑音は、入出力振幅非直線特性とAM/PM変換効果とによって生じる。ところで、一般に3次混変調出力は5次以上の混変調出力よりもはるかに大きい。したがって、ここでは、3次混変調雑音のみを対象とすることとする。

図2.2は、3周波入力時の出力スペクトルの一般例を示したものである。同図より明らかなように、3次混変調雑音としては、2周波の信号の相互変調積によるものと、3周波の信号の相互変調積によるものとがあり、通常、前者は $(2f_1 - f_2)$ 型混変調雑音、後者は $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型混変調雑音と呼ばれている。いずれの混変調雑音も3周波を共通増幅する際生じるので、以下、入力信号を3周波として、入出力非直線特性と3次混変調雑音との関係を明らかにする。

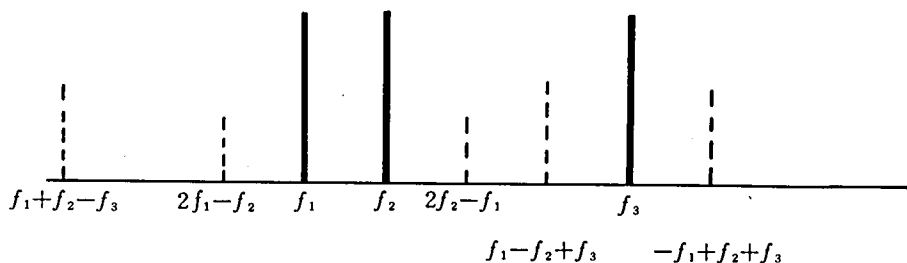


図 2.2 3周波共通増幅時の出力スペクトル

ただし、実線 : 信号

点線 : 3次混変調雑音

このとき、非直線特性を有する増幅器の出力は、式(2.4)の n を 3 として式(2.6)及び式(2.7)に代入し、さらにその結果を式(2.5)に代入して式の展開を行うことによって求めることができる。得られた出力のうち、周波数 f_1 に相当する信号成分 $s_1(t)$ 、周波数 $(2f_1 - f_2)$ に生じる混変調雑音 $i_2(t)$ 及び周波数 $(f_1 + f_2 - f_3)$ に生じる混変調雑音 $i_3(t)$ は、式(2.6) 及び式(2.7)の右辺第 4 項以下を無視した時、それぞれ次式で与えられる。(付録 2.1 参照)⁽³¹⁾

$$s_1(t) = E_1 \{ F_0 \cos(\omega_1 t + \phi_1 - \theta_0) + D_0 \sin(\omega_1 t + \phi_1 - \theta_0) \} \quad (2.9)$$

$$i_2(t) = E_1^2 E_2 [F_1 \cos \{ (2\omega_1 - \omega_2) t + (2\phi_1 - \phi_2) - \theta_0 \} + D_1 \sin \{ (2\omega_1 - \omega_2) t + (2\phi_1 - \phi_2) - \theta_0 \}] \quad (2.10)$$

$$i_3(t) = 2E_1 E_2 E_3 [F_1 \cos \{ (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) t + (\phi_1 + \phi_2 - \phi_3) - \theta_0 \} + D_1 \sin \{ (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) t + (\phi_1 + \phi_2 - \phi_3) - \theta_0 \}] \quad (2.11)$$

ただし

$$F_0 = h_1 + h_3 (E_1^2 + 2E_2^2 + 2E_3^2) + (h_5 - \frac{1}{2} h_1 \theta_2^2) \{ E_1^4 + 6E_1^2 (E_2^2 + E_3^2) + (3E_2^2 + E_3^2)(3E_3^2 + E_2^2) \} \quad (2.12)$$

$$D_0 = h_1 \theta_2 (E_1^2 + 2E_2^2 + 2E_3^2) + (h_3 \theta_2 + h_1 \theta_4) \{ E_1^4 + 6E_1^2 (E_2^2 + E_3^2) + (3E_2^2 + E_3^2)(3E_3^2 + E_2^2) \} \quad (2.13)$$

$$F_1 = h_3 + (2h_5 - \frac{h_1}{2} \theta_2^2) (E_1^2 + E_2^2 + E_3^2) \quad (2.14)$$

$$D_1 = h_1 \theta_2 + 2(h_3 \theta_2 + h_1 \theta_4) (E_1^2 + E_2^2 + E_3^2) \quad (2.15)$$

したがって、出力信号及び 3 次混変調雑音の振幅値は、それぞれ次式で与えられる。

$$S_1 = E_1 \sqrt{F_0^2 + D_0^2} \quad (2.16)$$

$$I_2 = E_1^2 E_2 \sqrt{F_1^2 + D_1^2} \quad (2.17)$$

$$I_3 = 2E_1 E_2 E_3 \sqrt{F_1^2 + D_1^2} \quad (2.18)$$

ただし、

S_1 周波数 $f_1 (= \omega_1 / 2\pi)$ の信号出力振幅

I_2 周波数 $(2f_1 - f_2)$ に生じる混交調雑音の振幅

I_3 周波数 $(f_1 + f_2 - f_3)$ に生じる混交調雑音の振幅

次に、実用の進行波管の非直線特性を対象として、式(2.16)～式(2.18)を用いて、3次混交調雑音の出力量を求める。

図2.3は、小信号入力時の利得を1と正規化した相対入出力振幅非直線特性及びAM/PM変換特性を示しており、実測値は現在KDD茨城衛星通信所において実用に供されている最大出力が8キロワットの大電力進行波管の入出力特性であり、実線は非直線係数 $h_1, h_3, h_5, \theta_0, \theta_2, \theta_4$ を同図中に付記した値に選んだ時の入出力特性である。

図2.4は、このような非直線係数を仮定し、かつ等振幅、無変調の3信号入力を仮定した時の3次混交調雑音出力の各希望信号に対する比の計算結果を示している。

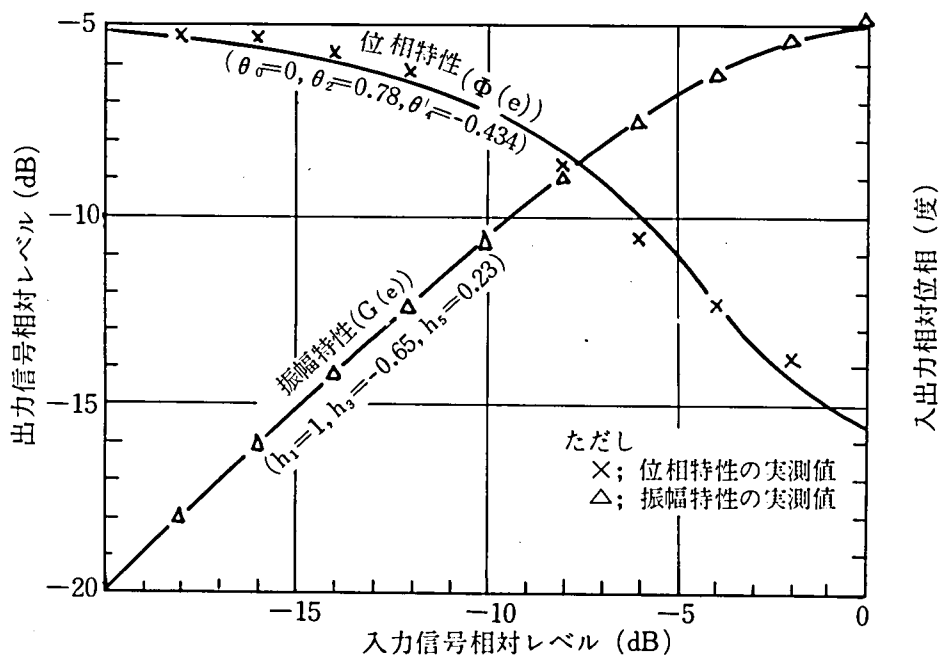


図2.3 商用大電力進行波管の入出力特性例

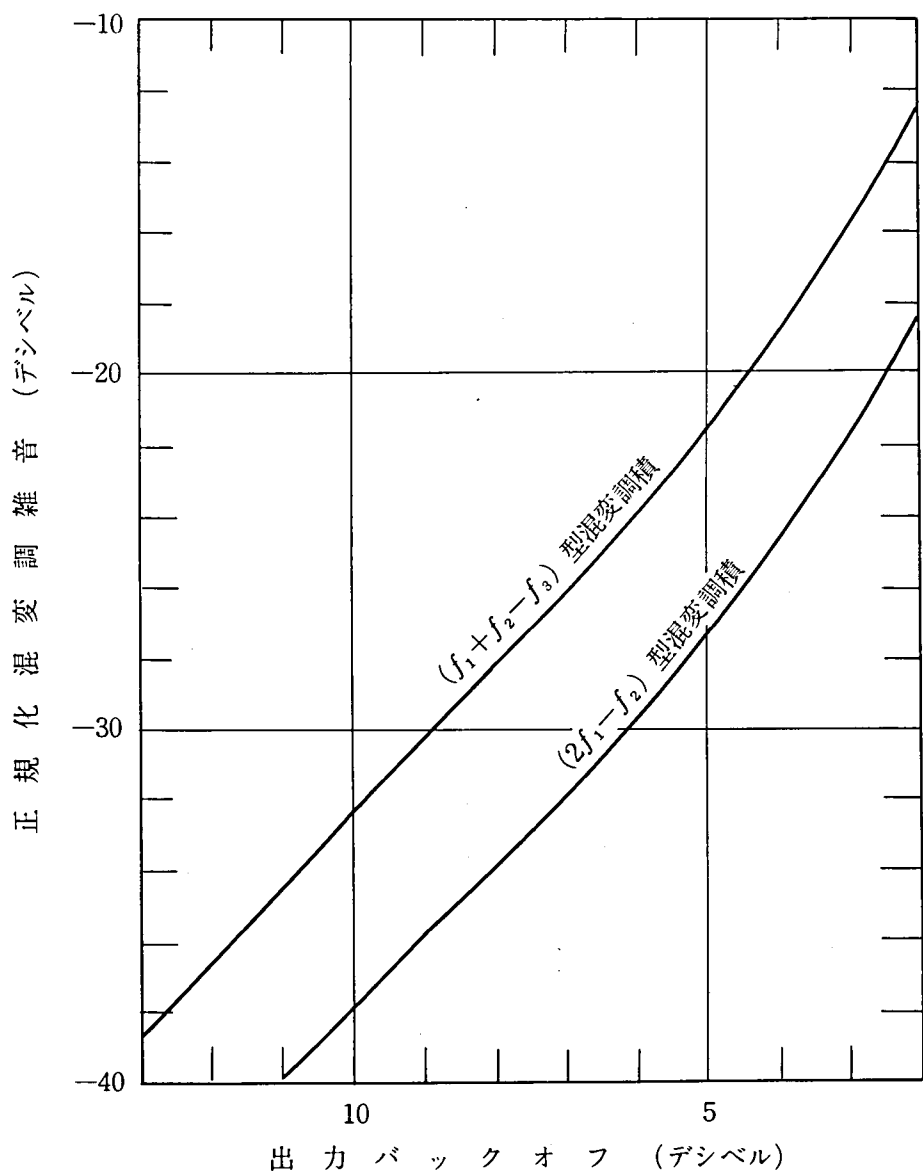


図 2.4 等振幅 3 周波入力時の 3 次混変調雑音出力

ただし、非直線特性は図 2.3 に従う。

縦軸は各信号出力を 1 (0 デシベル) と正規化。

図 2.4 より、3 次混変調雑音の性質として、 $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型混変調雑音の出力は $(2f_1 - f_2)$ 型のものより 6dB つまり振幅値で 2 倍大きいことが判る。

また、数デシベル以上の出力バックオフに対しては、一般に式(2.14)及び式(2.15)において右辺第2項が第1項に比して小さくなるので F_1 及び D_1 を一定とみなしても実用上それほど大きな誤差はない。したがって、式(2.17)及び(2.18)より3次混変調雑音に関して以下の性質を見出すことができる。つまり、出力バックオフが数デシベル以上ある場合、3次混変調雑音出力は入力信号レベルのほぼ3乗に比例して増減する。

2.1.3 多周波共通増幅時の3次混変調雑音

2.1.2では、3周波共通増幅時を例にとって、3次混変調雑音の基本的な特性について論じたが、一般に共通増幅される信号の数が増すと、それにとまって3次混変調雑音の数も増加し、かつその分布は各信号の大きさや周波数配列に大きく依存する。

そこで、ここでは、多数の信号が共通増幅される場合を対象として、信号数と3次混変調雑音出力との関係を明らかにする。

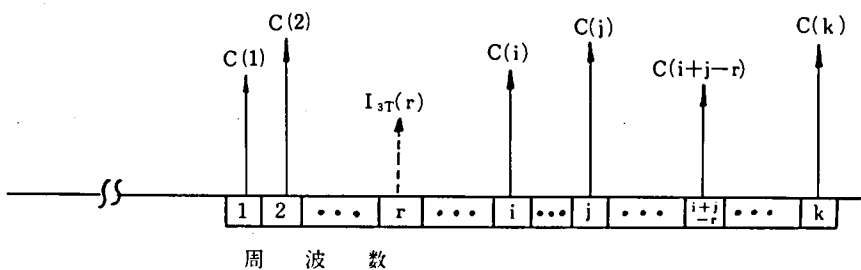


図 2.5 多周波入力時の正規化信号スペクトラムと
3次混変調積

ただし、 $C(i)$: 各信号レベル

$I_{3T}(r)$: 3次混変調出力

まず、図 2.5 に示すように、共通増幅される信号の周波数を正の整数で正規化する。つまり、最も低い周波数帯に位置する信号の周波数スロットを 1 とし、1 から k までの周波数スロットに信号が存在しているとする。このとき、第 i 番目の信号のエネルギーを $C(i)$ とすれば、第 r 番目の信号帯域に落ち込む 3 次混変調雑音量は次式で与えられる。⁽³³⁾

($2f_1 - f_2$) 型混変調雑音に対して

$$I_{2T}(r) = K_2 \sum_{i=1}^k q_i \cdot C^2(i) \cdot C(2i-r) \quad (2.19)$$

$$q_i \begin{cases} = 1 & ; \text{ for } r < 2i \leq k+r, i=r \\ = 0 & ; \text{ for } r \geq 2i, 2i > k+r, i=r \end{cases}$$

($f_1 + f_2 - f_3$) 型混変調雑音に対して

$$I_{3T}(r) = K_3 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i}^k q_{ij} C(i) \cdot C(j) \cdot C(i+j-r) \quad (2.20)$$

$$q_{ij} \begin{cases} = 1 & ; \text{ for } r < i+j \leq k+r, i=r \\ = 0 & ; \text{ for } i+j \leq r, i+j > n+r, i=r, j=r \end{cases}$$

ただし、

$I_{2T}(r)$; r 番目の周波数帯に落ち込む ($2f_1 - f_2$) 型混変調雑音出力

$I_{3T}(r)$; r 番目の周波数帯に落ち込む ($f_1 + f_2 - f_3$) 型混変調雑音出力

K_2, K_3 ; 非直線特性及び信号数によって決まる比例定数

k ; 信号数

特殊な場合として、 k 本の等振幅の信号が等間隔に配列されている場合において、第 r 番目の信号帯域に落ち込む 3 次混変調積の数 TD_k については、既に Westcott によって、その計算式が導かれており、参考までに以下に示す。⁽⁵⁾

($2f_1 - f_2$) 型混変調雑音に対して

$$rD_k = \frac{1}{2} \left[n - 2 - \frac{1}{2} \{ 1 - (-1)^k \} (-1)^r \right] \quad (2.21)$$

($f_1 + f_2 - f_3$) 型混変調雑音に対して

$$rD_k = \frac{r}{2} (k - r + 1) + \frac{1}{4} [(k - 3)^2 - 5] - \frac{1}{8} [1 - (-1)^k] (-1)^{k+r} \quad (2.22)$$

表 2.1 及び表 2.2 は、上式を用いて求めた rD_k の計算結果の一例を示している。これらの表より明らかなように、信号数 k が増すと ($f_1 + f_2 - f_3$) 型混変調雑音が ($2f_1 - f_2$) 型のものより圧倒的に多くなる。

表 2.1 ($2f_1 - f_2$) 型混変調積

$k \backslash r$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0							
2	0	0						
3	1	0	1					
4	1	1	1	1				
5	2	1	2	1	2			
6	2	2	2	2	2	2		
7	3	2	3	2	3	2	3	
8	3	3	3	3	3	3	3	3

k : キャリヤ数

r : r 番目のキャリヤの位置

表 2.2 ($f_1 + f_2 - f_3$) 型混変調積

$k \backslash r$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0							
2	0	0						
3	0	1	0					
4	1	2	2	1				
5	2	4	4	4	2			
6	4	6	7	7	6	4		
7	6	9	10	11	10	9	6	
8	9	12	14	15	15	14	12	9

次に、 $(f_1+f_2-f_3)$ 型混変調雑音の振幅値が $(2f_1-f_2)$ 型のものの 2 倍であることを考慮して、それら両者を統一的に取り扱う方法について論じる。⁽²³⁾

まず、各信号の周波数を正の整数 $a_s (s=1, 2, \dots, k)$ で与えた時、信号 a_i, a_j, a_l よりつくられる 3 次混変調雑音が信号 a_s の帯域内に落ち込むための必要十分条件は次式で与えられる。

$$a_s - a_i = a_j - a_l \quad (2.23)$$

従って、信号チャネル a_s に落ち込む 3 次混変調雑音の総数 $I(s)$ は次式で求めることができる。

$$I(s) = \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{l=j+1}^k S(d_{is} - d_{jl}) + \sum_{i=s}^k \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{l=j+1}^k \delta(d_{si} - d_{jl}) - (k-1) \quad (2.24)$$

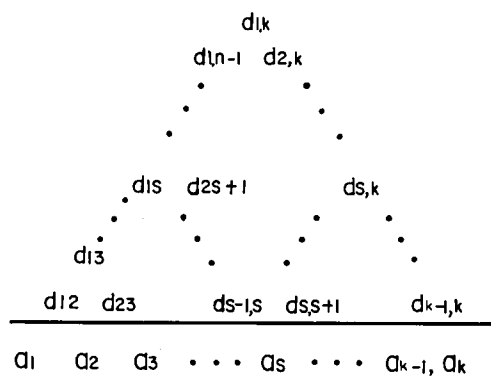
ただし、 $d_{ij} = a_j - a_i$

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & ; x=0 \\ 0 & ; x \neq 0 \end{cases}$$

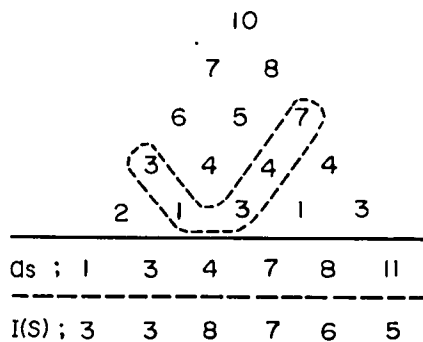
式 (2.24) において、 $\{d_{ij}\}$ は集合 (a_1, a_2, \dots, a_k) よりつくられる差分三角形を示している。図 2.6 は、この差分三角形の一般的な表現といくつかの例を示したものである。同図 (ii) の例において、例えば $a_3 (=4)$ の信号チャネルに落ち込む 3 次混変調積の総数 $I(3)$ は以下のようにして求めることができる。

まず、 a_3 と他の任意の信号 a_i とからつくられる差分三角形の元 $(d_{13}, d_{23}, d_{34}, d_{35}, d_{36})$ の値は $(3, 1, 3, 4, 7)$ である。そこで差分三角形において値 3, 1, 3, 4, 7 をとる元の数と求めると、各々に対して 3, 2, 3, 3, 2 個となる。したがって、式 (2.24) より $I(3)$ は、 $I(3) = 3 + 2 + 3 + 3 + 2 - 5 = 8$ となる。

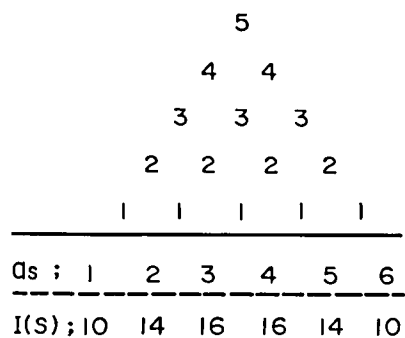
このような計算方法によれば、 k 個の等振幅信号が等間隔に配列されている場合の、第 s 番目の信号帯域に落ち込む 3 次混変調雑音の数



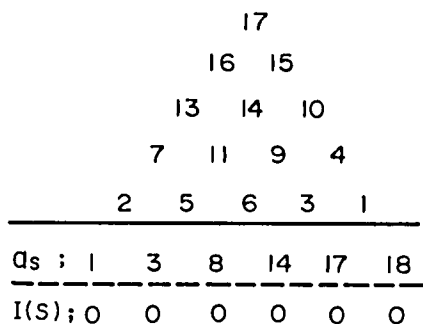
(i) 一般的表現



(ii) 任意の配列例



(iii) 等間隔配列例



(iv) 単純差集合配列例

図 2.6 信号間隔の差分三角行列による表現

$I_0(s)$ は次式となる。

$$I_0(s) = \frac{(k-1)(k-2)}{2} + (s-1)(k-s) \quad (2.25)$$

また、信号数 k が十分大きい場合には、 $I_0(s)$ は次式で近似できる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} I_0(s) = \frac{k^2 - 2s^2 + 2ks}{2} \quad (2.26)$$

式(2.25)及び式(2.26)より明らかなように、混変調雑音の分布は、中央で最大、端へ近づくにつれて減少する2次曲線となり、帯域内における最大数と最小数の比は3対2となる。

なお、Westcottによって導かれた式、つまり式(2.21)、式(2.22)と比べた時、ここでの議論は、 $(2f_1 - f_2)$ 型のものを1、 $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型のものを2としてその総数を求めたことに相当している。

以上、信号数が多くなった場合に各信号帯域に落ち込む3次混変調雑音の数について論じたが、実際にシステム設計を行う際に問題となるのは信号出力に対して混変調雑音出力がどうなるかということである。そこで、次に等振幅の多数の信号が等間隔に配列されている場合を例にとって、混変調雑音出力について定量的に論じる。

一般に、増幅器の動作点を一定に選んだとき、各信号出力は、信号数が多くなるにしたがって、ほぼ信号数に反比例して減少する。また、任意の3信号からつくられる個々の3次混変調出力は、2.1.2で述べたように、入力信号レベルの3乗に比例して増減する。一方、式(2.25)からも明らかなように、信号数が多くなるとある周波数スロットに落ち込む3次混変調積の数が増加する。

3周波入力時の混変調雑音出力と非直線特性との関係については、既に2.1.2において明らかにしているので、ここでは、この3周波入力時の混変調出力を基準として、入力信号数が増加したときに3次混変調出力がどのようになるかについて論じる。

k 個の信号が共通増幅される場合に、第 s 番目の信号帯域に落ち込む

3次混変調雑音出力と各信号出力との比 $P_I(s, k)$ は、式(2.16)、式(2.17)及び式(2.25)より次式で与えられる。

$$P_I(s, k) \cong \frac{\left(\frac{P_s}{k}\right) (F_1^2 + D_1^2)}{\left(\frac{P_s}{k}\right) (F_0^2 + D_0^2)} \times \frac{(k-1)(k-2)}{2} + (s-1)(k-s) \quad (2.27)$$

一方、信号数 $k=3$ の時、2番目の信号帯域に落ち込む3次混変調雑音 $P_I(2, 3)$ は次式となる。

$$P_I(2, 3) \cong \frac{\left(\frac{P_s}{3}\right) (F_1^2 + D_1^2)}{\left(\frac{P_s}{3}\right) (F_0^2 + D_0^2)} \times 2 \quad (2.28)$$

式(2.27)及び(2.28)より、 $P_I(s, k)$ と $P_I(2, 3)$ との比は次式となる。

$$\frac{P_I(s, k)}{P_I(2, 3)} = \frac{9}{4} \times \frac{(k-1)(k-2) + 2(s-1)(k-s)}{k^2} \quad (2.29)$$

式(2.29)の最大値および最小値を信号数 k に関して表わしたのが図2.7である。同図からも明らかなように、信号数が増すにつれて3次

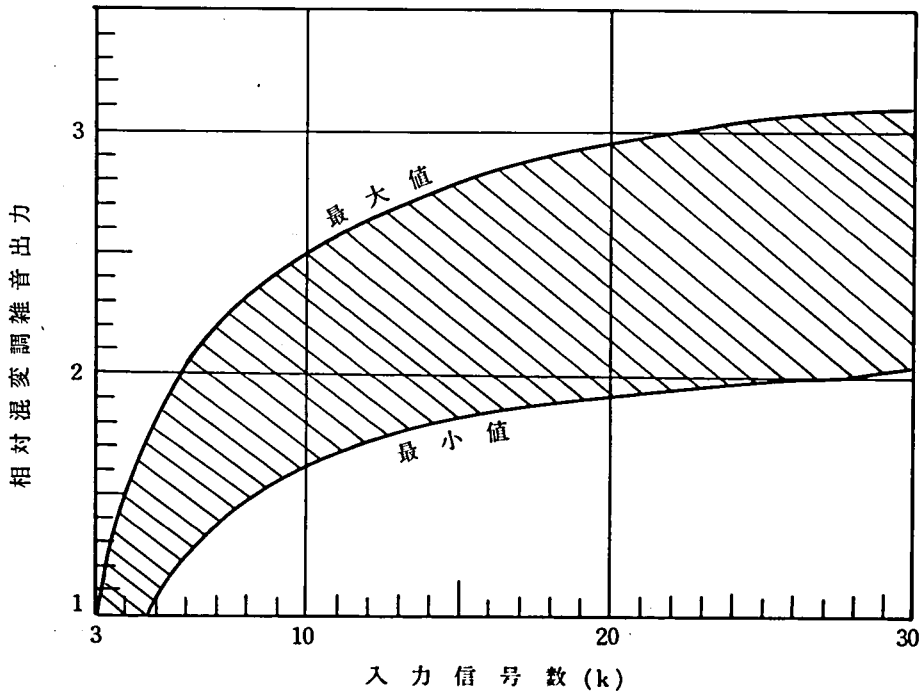


図 2.7 信号数と3次混変調雑音出力との関係

混変調雑音による影響は大きくなるが、信号数が十分大きい領域では、ほぼ一定の大きさ、つまり 3 周波入力時に対して約 3.4 倍となる。

以上、2.1.3 では、主として等振幅の信号が等間隔に配列されている場合についての 3 次混変調雑音を取り扱ったが、信号配列に適当な工夫をこらすことによって混変調雑音の影響を軽減することも可能である。このような最適信号配列法に関しては 3 章で論じる。

2.2 3 次混変調雑音の電力スペクトル⁽³⁵⁾

2.1 節では、無変調信号を対象として、入出力非直線特性と 3 次混変調雑音との関係についての一般的考察を行ったが、実用システムにおいては、信号は必ず変調されており、また、衛星通信システム等においては、混変調雑音発生量は、その周波数スペクトラムの 4 kHz 当りのピーク・エネルギー密度で規定されている。ところで、衛星通信系のように雑音の多い無線通信系においては、復調後の信号対雑音比の改善を目的として、周波数変調 (FM) 方式が現在広く採用されている。

そこで、本節では、FM 信号を対象として、共通増幅時に生じる 3 次混変調雑音の周波数スペクトラムに関する検討を行う。

2.2.1 FM 多重電話信号の電力スペクトル

現存の通信情報源の大部分は電話信号であり、マイクロ波通信系においては、まず多数の電話信号がベースバンド帯において周波数分割的に多重化され、その後周波数変調して送信される形態が採られている。特に、衛星通信系においては、4 kHz から 12 kHz 帯は打合せ回線に用いられ、12 kHz 以上のベースバンド帯に多重電話信号が配列されるような構成になっている。

ところで、変調指数が大きい場合、多重電話信号によって変調された FM 信号のエネルギー密度 $W_1(f)$ は、次式のように正規分布で表わされる。⁽³⁶⁾

$$W_1(f) = \frac{P}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{f^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{Watt/Hz}) \quad (2.30)$$

ただし、

P ; 変調波の全エネルギー (Watt)

σ ; 実効周波数偏移 (Hz)

f ; 中心周波数からのずれ (Hz)

したがって、エネルギー密度の最大値は、上式において $f = 0$ とおくことにより、次式となる。

$$W_1(0) = \frac{P}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (\text{Watt/Hz}) \quad (2.31)$$

式 (2.30) 及び式 (2.31) において、 σ と入力電話信号との間には以下の関係が成立する。

$$\sigma = f_r \times 10^{\frac{-1+4\log N\eta}{20}} \quad (\text{Hz}) \quad (2.32)$$

ただし、

f_r ; 試験音レベルに対する実効周波数偏移*

N ; 入力電話チャネル数

η ; チャネル利用率

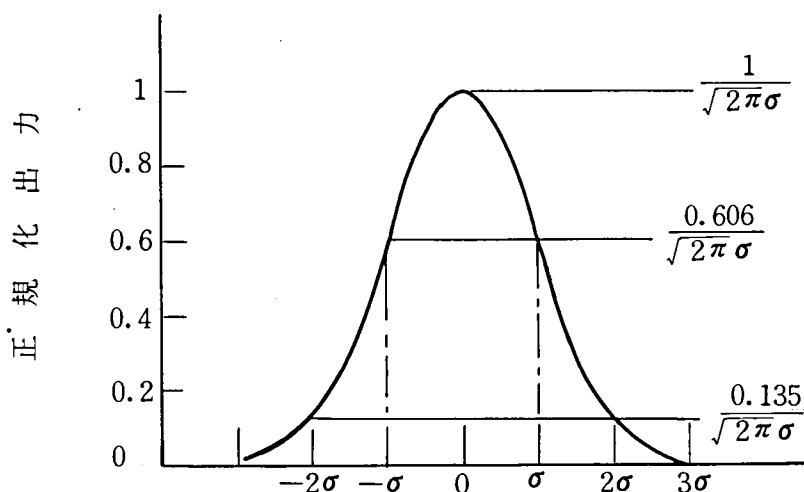
式 (2.32) は、 $1.2 \leq N\eta \leq 24.0$ の範囲内において CCIR にて規定されている計算式である。

図 2.8(a) は、このような FM 信号の周波数スペクトラムの代表例を示したものである。

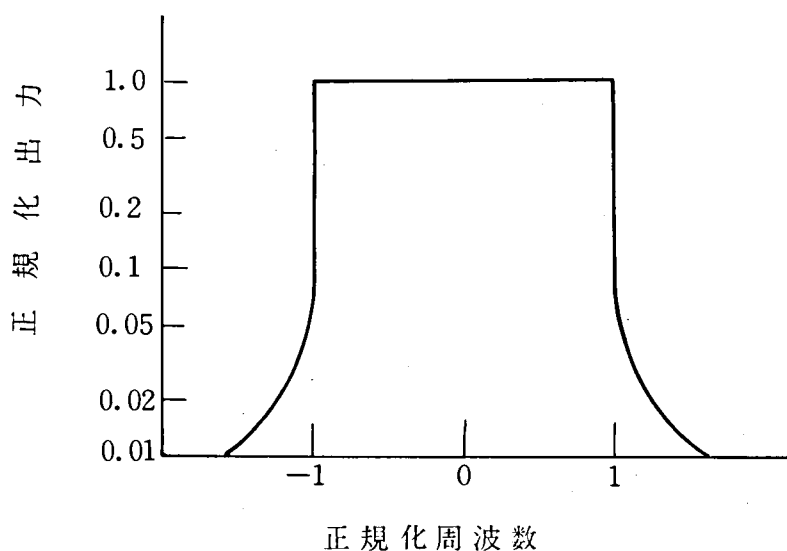
式 (2.31) から明らかなように、チャネル利用率 η の値が減少すると、 σ の値が小さくなり、その結果として、エネルギー密度の尖頭値は大きくなる。衛星通信系においては、混変調雑音のエネルギー密度の尖頭値を抑圧するためにまた地上マイクロ波通信系への干渉妨害を避けるため、入力信号の負荷状態いかにかわらず、このような変調波の

* f_r とは、多重電話信号のベースバンド帯のある特定のチャネルに例えば 0 dBm 0 の正弦波信号を入力した時の変調信号スペクトラムの広がりを与えるものである。変調の深さの目安を与えており、現在 FM 方式の回線設計時に広く用いられている。(36)

スペクトラムの尖頭値をできるだけ抑圧することが必要である。そこでベースバンドにおける0～4kHz帯に繰り返し周期が100Hz程度の対称三角波を必要に応じて挿入し、入力信号の負荷状態いかにかわらず、電力スペクトラムの尖頭値を規定値以下に抑えることが、義務づけられている。



(a) 変調信号が多重電話信号の場合



(b) 変調信号が対称三角波の場合

図 2.8 FM 信号の代表的電力スペクトル

このような三角波をFMした信号の周波数スペクトラムを忠実に求めることは極めて困難であるが、その包絡線のエネルギー密度 $W_2(f)$ は、次式で示すような簡単な形で表現できる。(式の誘導は付録 2.2 参照)⁽³⁵⁾

$$W_2(f) \begin{cases} \cong \frac{P}{D} & ; |f| \leq \frac{1}{2} D \\ \cong \frac{P}{D} \times \frac{(D+\Omega) \Omega}{\sqrt{(|f|-\frac{1}{2}D)(|f|+\frac{1}{2}D)}} & ; |f| > \frac{1}{2} D \end{cases} \quad (2.33)$$

ただし、

D ; 最大周波数偏移 (kHz)

Ω ; 三角波の繰返し周波数 (kHz)

式(2.33)の計算例を図 2.8(b) に示す。同図より明らかなように、変調信号が三角波の場合には、FM波の周波数スペクトラムは、変調指数が大きければ、最大周波数偏移内で一様、それ以外の周波数領域では 0 と近似することができる。

2.2.2 FM波の3次混変調雑音スペクトル

一般に、図 2.9 に示すように、信号が変調されている場合の $(f_1+f_2-f_3)$ 型混変調雑音の電力スペクトル $W_i(f)$ は、信号が互いに無相関であると仮定した時、次式を用いて求めることができる。⁽³³⁾

$$W_i(f) = K_3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_1(x) \cdot W_2(x') \cdot W_3(x+x'-f) dx \cdot dx' \quad (2.34)$$

ただし、

$W_1(x), W_2(x), W_3(x)$; 各信号の電力スペクトル

f ; 3次混変調雑音の中心周波数からのずれ (Hz)

入力信号の電力スペクトルが全て正規分布型である場合には、式(2.34)において、 $W_1(x), W_2(x), W_3(x)$ を式(2.30)と同型で与えることによって、 $W_i(f)$ は次式となる。(式の誘導は付録 2.3 参照)

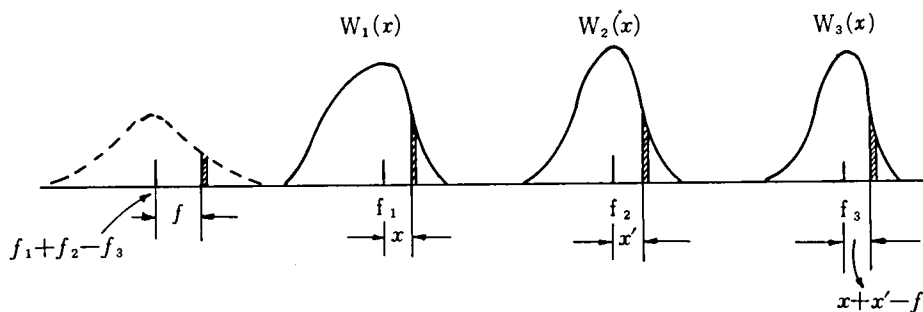


図 2.9 信号相互間の 3 次混変調雑音

$$W_i(f) = \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}} \exp \left\{ -\frac{f^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \right\} \quad (2.35)$$

ただし、

P_1, P_2, P_3 ; 各信号の全電力 (Watt)

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$; 各信号スペクトルの実効周波数偏移 (Hz)

式 (2.35) から明らかなように、入力信号の電力スペクトルが正規分布の場合、3 次混変調雑音の電力スペクトルもまた正規分布となる。したがって、電力密度の尖頭値は式 (2.35) の f を 0 とおくことによって次式となる。

$$W_i(0) = \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}} \quad (2.36)$$

一方、全ての入力信号が対称三角波によって変調されている場合には、3 次混変調雑音の電力スペクトルは次式となる。(式の誘導は付録 2.4 参照) (33)

$$|f| \leq \frac{1}{2} (D_1 + D_2 - D_3) \text{ の時}$$

$$W_i(f) = K_3 \cdot P_1 P_2 P_3 \times \frac{-4f^2 + 2(D_1 D_2 + D_2 D_3 + D_3 D_1) - (D_1^2 + D_2^2 + D_3^2)}{4D_1 D_2 D_3} \quad (2.37)$$

$\frac{1}{2}(D_1+D_2-D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2}(D_1-D_2+D_3)$ の時

$$W_j(f) = K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{4D_1(D_1+D_2-2|f|) - (2|f| - D_1 - D_3 + D_2)^2}{8D_1 D_2 D_3} \quad (2.38)$$

$\frac{1}{2}(D_1-D_2+D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2}(-D_1+D_2+D_3)$ の時

$$W_j(f) = K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{D_1(D_2+D_3-2|f|)}{2D_1 D_2 D_3} \quad (2.39)$$

$\frac{1}{2}(-D_1+D_2+D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2}(D_1+D_2+D_3)$ の時

$$W_j(f) = K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{(4|f| - D_1 - D_2 - D_3)^2}{8D_1 D_2 D_3} \quad (2.40)$$

$\frac{1}{2}(D_1+D_2+D_3) \leq |f|$ の時

$$W_j(f) = 0 \quad (2.41)$$

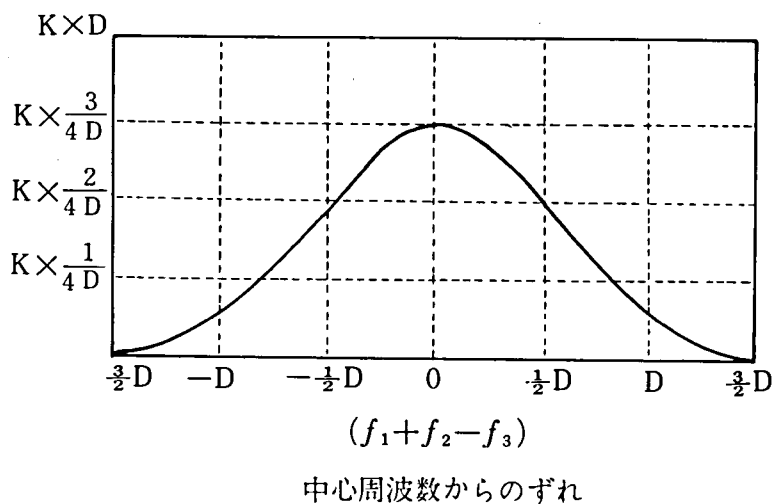


図 2.10 対称三角波によって周波数変調された
信号の 3 次混変調雑音スペクトル

ただし、 $D_1 = D_2 = D_3$ の場合、

$$K = K_3 P_1 P_2 P_3$$

ただし、

D_1, D_2, D_3 ; 各信号帯域幅 (ただし、 $D_1 \leq D_2 \leq D_3$)

図 2.10 は、 $D_1 = D_2 = D_3$ の場合を例にとって、混変調雑音の電力スペクトル $W_j(f)$ を図示したものである。

式 (2.37) 及び図 2.10 より明らかなように、中心周波数付近における混変調雑音スペクトラムは上に凸の 2 次曲線となり、その電力密度の尖頭値は f を 0 とおくことにより次式となる。

$$W_j(0) = \frac{K_3 P_1 P_2 P_3 \{ 2(D_1 D_2 + D_2 D_3 + D_3 D_1) - (D_1^2 + D_2^2 + D_3^2) \}}{4 D_1 D_2 D_3} \quad (2.42)$$

次に、各信号帯域が等しい場合を例にとって、そのスペクトラムが正規分布の場合と一様分布の場合とで、3 次混変調雑音スペクトラムの尖頭値がどの程度異なるかについて述べる。

この時、式 (2.36) 及び式 (2.42) より、 $W_i(0)$ 及び $W_j(0)$ の比は次式となる。

$$W_i(0)/W_j(0) = \left(\frac{D_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \right) \times \left(\frac{4}{3\sqrt{3}} \right) \quad (2.43)$$

入力信号の負荷状態いかにかわらず、各信号スペクトルの尖頭値を常に一定とするように対称三角波をベースバンドに付加してエネルギー拡散を行う場合、式 (2.43) の右辺最初のカッコ内は 1 となる。したがって、式 (2.43) より以下のことが明らかとなる。すなわち、信号スペクトラムの尖頭値が同じならば、信号スペクトラムが一様分布の場合の 3 次混変調雑音の尖頭電力密度は、正規分布の場合のそれに比べて約 1.3 倍大きくなる。

以上、 $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型混変調雑音の電力スペクトルに関する解析を行ったが、 $(2f_1 - f_2)$ 型混変調雑音についてもほぼ同様の解析が可能である。

第3章 混変調雑音の影響を最小化する信号チャネル配列法

第3章は、多数の等振幅信号が非直線特性を有する増幅器によって共通増幅される場合における最適信号チャネル配列法に関する研究である。

まず、3.1節では、いかなる3次混変調積も信号帯域内に落ち込まないように信号チャネル配列の解が定差集合理論を用いて求めることができることを示し、その解法アルゴリズムについて論じ、かつ具体的な配列解を求めている。⁽¹⁷⁾

次に、3.2節では、帯域幅にそれほど余裕が無い場合を対象として、最適チャネル配列を行った場合の信号帯域に落ち込む3次混変調積の数と割当て帯域幅との一般的関係を論じ、かつ具体的な最適配列解を求めている。

以上は、割当て帯域幅を地域別に分割することなく使用する場合を対象としたものであるが、複数のサービス・エリアが存在し、かつ各エリアに対して別個の信号チャネルが割り当てられるようなシステムも考えられる。そこで、3.3節では、このような複数エリアシステムを対象として、最適信号チャネル配列、割当て帯域幅と混変調雑音との関係等について論じ、かつ具体的な配列解を求めている。

3.1 単純差集合配列⁽²³⁾

任意の信号相互間でつくられる3次混変調積がいかなる信号帯域にも落ち込まないように信号チャネル配列法については、かつてBabcockによって提案され、信号チャネル数 k が10以下の場合について具体的な配列解が求められている。⁽⁷⁾ その後、渡辺は、この配列解の一部修正を行ない、かつ組み合わせ計算を基礎とした手法により、 k が11以上の領域についての解の誘導を試みているが、計算時間の制約より k が12以上の領域では配列解を求めることがほとんど不可能であると結論している。⁽⁸⁾

しかしながら、このような配列方法の解は、Singer等によって体系化された定差集合理論によって系統的に求めることが可能である。⁽³⁴⁾

そこで、本稿においては、このような配列法を単純差集合配列と呼ぶこととし、以下、定差集合理論を用いて単純差集合配列解を求める方法につ

いて述べ、従来未知であったいくつかの具体的配列解を示す。

3.1.1 定差集合理論による表現

各信号の周波数を正の整数 a_s ($s = 1, 2, \dots, k$) で与えた時、信号 a_i, a_j, a_l よりつくられる 3 次混変調雑音が信号 a_s の帯域内に落ち込まないための必要十分条件は、式 (2.23) より、次式となる。

$$a_s - a_i = a_j - a_l \quad (3.1)$$

上式及び図 2.6 (iv) の例からも明らかなように、任意の信号よりつくられる 3 次混変調雑音がいかなる信号帯域にも落ち込まないためには、集合 $D = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ から作られる差分三角集合 $\{d_{ij}\}$ (但し、 $d_{ij} = a_j - a_i; a_j > a_i$) に含まれる元 d_{ij} が全て異なる値をとることが必要十分条件となる。このような集合 D は、定差集合の 1 つである単純差集合に相当している。すなわち、単純差集合を含めた一般的な定差集合は、以下のように定義される。⁽³⁴⁾

定義 v を法とする k 個の剰余類からなる集合 $D = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ が (v, k, λ) 一定差集合であるとは、全ての $d \equiv 0 \pmod{v}$ に対しして、順序を考えた対 (a_i, a_j) 、 $a_i, a_j \in D$ で $a_i - a_j \equiv d \pmod{v}$ を満たすものが丁度 λ 個存在することをいう。 $(i \neq j)$

したがって、 $\lambda = 1$ なる $(v, k, 1)$ 一定差集合 D を求めれば、これが単純差集合配列となり、それらのうち最大元 a_k の値が最小となるものを選べば、それが最適単純差集合配列を与える。

上記 v, k, λ 相互の関係については Singer により次のような定理が与えられている。

定理 1. (Singer の定理)

(v, k, λ) 一定差集合の v, k, λ の間には、 $q = p^r$ (p ; 素数、 r ; 正の整数)、整数 n (但し、 $n \geq 2$) をパラメータとして、次の関係がある。

$$\left[v = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}, \quad k = \frac{q^n-1}{q-1}, \quad \lambda = \frac{q^{n-1}-1}{q-1} \right]$$

そして、このような条件を満たす (v, k, λ) -定差集合は、要素 $\{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ からなる体を $J(q)$ としたとき、体 $J(q)$ 上での $(n+1)$ 次の既約多項式を用いることによって求めることが可能である⁽³⁴⁾

したがって、単純差集合つまり $\lambda = 1$ の時には、上記定理より $n = 2$ 、 $k = q + 1$ 、 $v = q^2 + q + 1$ となるから、体 $J(q)$ 上での 3 次の既約多項式を用いて解を得ることができる。

次に、その具体的解法について述べる。

3. 1. 2 最適単純差集合配列の求め方

最適単純差集合配列は、以下に述べる 2 通りの方法を併用することによって、任意の信号チャネル数について理論的に求めることができる。

(1) 方法 1.

信号チャネル数 k が $q+1$ (ただし $q=p^f$; p は素数) に等しい時、つまり表 3.1 に示された k については、前述のシンガーの定理が適用可能であり、以下のようにして最適単純差集合配列を求めることができる。

まず、体 $J(q)$ 上の 3 次の既約多項式 $f(y)$ を見出す。

表 3.1 Singer の理論より導出可能な
($v, k, 1$) 定差集合の一覧

k	q	v	k	q	v
3	2	7	18	17	307
4	3	13	20	19	381
5	2^2	21	24	23	553
6	5	31	26	5^2	651
8	7	57	28	3^3	757
9	2^3	73	30	29	871
10	3^2	91	32	31	993
12	11	133	33	2^5	1057
14	13	183	38	37	1407
17	2^4	273	\vdots	\vdots	\vdots

$$f(y) = y^3 + c_2 y^2 + c_1 y + c_0 \quad (3.2)$$

この時、体 $J(q^3)$ の原始根 x は $f(x) \equiv 0$ を満足する。

すなわち、

$$f(x) = x^3 + c_2 x^2 + c_1 x + c_0 = 0 \quad (3.3)$$

上式を書きかえれば次式となる。

$$x^3 = b_2 x^2 + b_1 x + b_0 \quad (3.4)$$

ただし、 b_2, b_1, b_0 は q を法として c_2, c_1, c_0 との間に以下の関係式が成立する。

$$b_i \oplus c_i = 0 \quad (i=2, 1, 0) \quad (3.5)$$

次に、式 (3.4) の両辺に x^n をかければ、

$$x^{n+3} = b_2 x^{n+2} + b_1 x^{n+1} + b_0 x^n \quad (3.6)$$

式 (3.6) より以下の漸化式をつくる。

$$U_{n+3} = (b_2 \otimes U_{n+2}) \oplus (b_1 \otimes U_{n+1}) \oplus (b_0 \otimes U_n) \quad (3.7)$$

式 (3.7) に初期値 $U_0=0, U_1=0, U_2=1$ を代入し、順次 U_i を求め、そのうち $U_i=0$ なる k 個の組 (a_1, a_2, \dots, a_k) を取り出せば、それが求める $(v, k, 1)$ 一定差集合となる。

なお、式 (3.5) 及び (3.7) における \oplus 及び \otimes の記号は、それぞれ体 $J(q)$ 上で定義されている加法及び乗法の演算を意味している。図 3.1 はこのような解法手順をフローチャートで示したものである。

ところで、体 $J(q)$ 上の異なるモニック既約多項式に対する $(v, k, 1)$ 一定差集合は一般に異なる。したがって、全てのモニック既約多項式について $(v, k, 1)$ 一定差集合を求めて、それらの中から最大元 a_k の値が最小であるような集合を選べばそれが最適解を与える。

(2) 方法 2.

表 1 に含まれない k に対しては、前述の方法を適用することができ

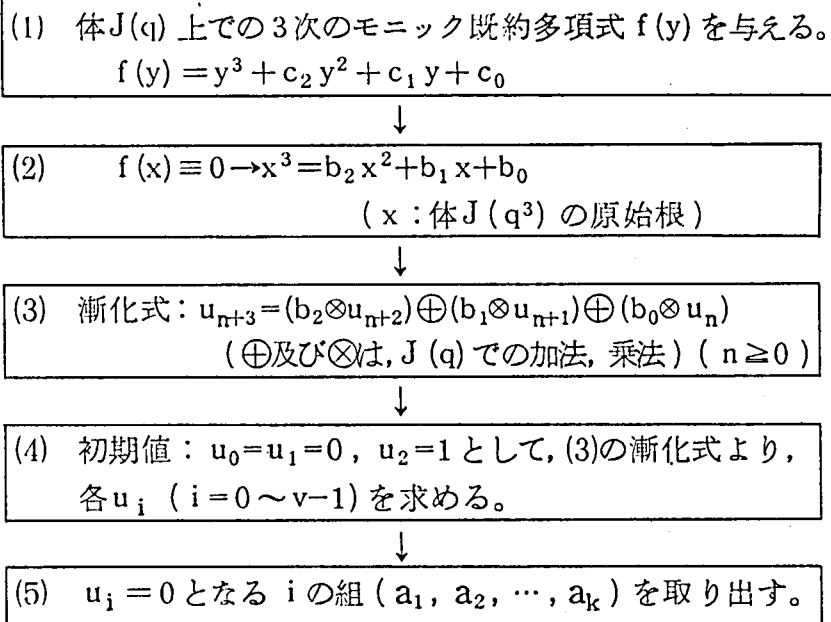


図 3.1 Singer の定理を用いた $(v, k, 1)$

一定差集合の求め方

ない。しかしながら、この場合には下記の定理を用いることによって配列解を求めることができる。

定理 2. 単純差集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ から継続する r 個の要素を選び部分集合 $\{a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{i+r}\}, (i+r \leq k)$ をつくれば、この部分集合もまた単純差集合である。(証明略)

つまり、まず定差集合理論によって求めた単純差集合から、定理 2 に従って部分集合をつくる。次に、得られた部分集合の最小元の値が 1 となるように各元の値から等しい定数を減じて単純差集合配列をつくり、これらのうち最大元の値が最小のものを選べばそれが最適単純差集合配列となる。

3.1.3 具体的配列解

Singer の定理が適用可能なものに対しては方法 1 を、その他のもの

表 3.2 チャンネル数 k ($11 \leq k \leq 32$) に対する
最適単純差集合配列解

k	最 適 単 純 差 集 合 配 列 解
11	1 4 15 17 21 42 49 54 64 72 73
12	1 3 7 25 30 41 44 56 69 76 77 86
13	1 24 29 30 38 54 64 76 95 97 108 112 115
14	1 6 29 39 42 50 51 69 76 93 108 122 124 128
15	1 5 6 16 34 58 60 79 106 118 126 140 143 149 156
16	1 7 20 41 59 68 79 84 110 133 134 163 166 170 178 180
17	1 19 25 47 51 68 104 113 116 127 129 160 167 168 187 197 202
18	1 3 11 23 54 57 83 84 90 99 131 149 154 168 189 193 206 217
19	1 2 7 26 33 73 101 109 121 131 154 170 188 191 205 232 234 243 247
20	1 25 31 44 56 72 76 90 105 126 128 163 168 190 207 216 273 276 283 284
21	1 5 24 38 41 49 69 79 139 148 155 190 205 239 251 252 257 278 310 332 334
22	1 4 17 46 51 52 66 105 126 143 183 207 211 219 229 238 290 301 327 334 357 359
23	1 7 23 25 44 57 96 127 138 147 173 174 202 214 259 274 282 307 312 356 366 370 373
24	1 23 42 58 73 94 100 140 148 174 218 221 235 274 284 286 297 304 329 388 389 393 417 426
25	1 13 30 40 73 92 147 158 161 162 167 192 208 215 259 291 317 355 373 395 397 432 460 468 481
26	1 6 18 29 37 53 63 107 137 150 175 179 235 242 244 290 293 308 330 369 383 389 410 460 492 493
27	1 4 16 42 67 96 98 107 143 153 221 222 226 243 296 331 339 355 383 389 403 416 487 505 524 547 554
28	1 4 16 42 67 96 98 107 143 153 221 222 226 243 296 331 339 355 383 389 403 416 487 505 524 547 554 586
29	1 8 12 32 44 54 101 122 145 151 203 221 230 269 285 286 357 372 391 417 431 466 468 529 583 591 596 621 624
30	1 10 36 58 129 150 152 181 206 219 282 293 337 365 371 379 395 470 474 475 515 534 581 596 599 632 642 649 669 681
31	1 18 23 47 73 79 147 177 187 188 246 274 282 289 309 362 366 385 399 437 522 543 556 587 603 605 669 694 736 739 748
32	1 8 16 27 29 58 113 119 137 177 178 182 212 215 259 310 319 342 390 404 457 477 513 529 583 629 672 697 746 763 773 785

については方法2を用いて求めた $11 \leq k \leq 32$ の領域における最適単純差集合配列の解を表3.2に示す。

なお、 $k \leq 10$ の領域における配列解は、既にあらゆる組み合わせ計算を行った結果として導かれており、CCIR Report⁽³⁷⁾ に詳しく記載されているので、ここでは省略する。

3.2 信号帯域内の3次混変調を最小化するチャネル配列

3.1では、いかなる3次混変調積も信号帯域内に落ち込まないようなチャネル配列法について論じたが、実用システムにおいて割当周波数帯域幅に十分な余裕がない場合には、このような配列法を適用することができない。一方、このような条件下においては、3次混変調積のいくつかは信号帯域内に落ち込むが、その数を最小化するようにチャネル配列を行なうことが有効である。そこで、ここでは3次混変調が任意の信号に及ぼす影響を最小化するようなチャネル配列法についての検討を行ない、いくつかの具体例を示す。

3.2.1 割当帯域幅と混変調出力との関係(必要下限値)

まず、割当帯域幅が与えられた時、信号帯域に落ち込む3次混変調積

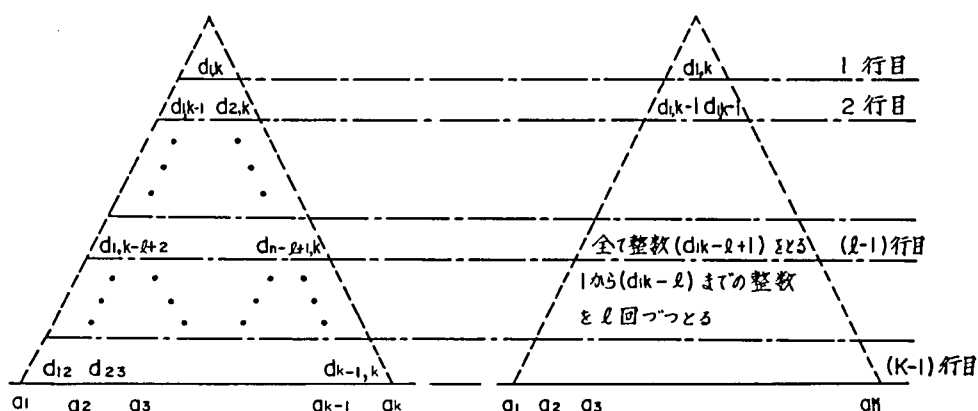


図 3.2 混変調の影響を最小にする差分三角形の構成

の数を等間隔配列時に比べてどの程度まで抑圧することが可能かの目安を得ることが必要であろう。このような目安は、以下の手法によって求めることができる。

割当帯域幅を与えるということは、最大チャネル番号 a_k の値を決定することと等価である。(ただし、 $a_1 = 1$, $a_k \geq k$) この時、混変調雑音が信号に及ぼす影響を最小化するようなチャネル配列法は、① 3 次混変調積をできるだけ空周波数スロットに落ち込ませ、かつ②各信号帯域に落ち込む 3 次混変調積の数をできるだけ一様化することによって実現できる。

このような配列法は、2.2 で定義した差分三角行列の各元にできるだけ相異なる値を対応させ、かつ同一の値が現われる場合には、その重複度をできるだけ少なくすることによって見出すことができる。

以下、このような考え方に基づいて、理想的な場合における a_k と 3 次混変調雑音量との関係式を導く。

まず、差分三角形の一般的な性質として以下のことが言える。

- ③ 信号チャネル数が k のとき、それらから構成される差分三角形の元の総数 σ_k は、 $k(k-1)/2$ である。
- ④ 最大元つまり図 3.2 の第 1 行目の元 d_{1k} は (a_k-1) となる。
- ⑤ 差分三角形の上位行(図 3.2 中番号の若い行)に含まれると元と下位行に含まれる元との間には以下の関係が成立する。

$$d_{ij} > d'_{ij}, d_{ij} > d_{ij'} \quad (i < i', j > j') \quad (3.8)$$

上記性質④及び⑤より整数値 (a_k-i) が差分三角形に i 回以上現われることはない。

したがって、信号帯域に落ち込む混変調積の数を最小化する理想的な配列法は、1 から (a_k-l) までの整数値が l 行目より下位の部分に l 回ずつ現われ、 (a_k-l) から (a_k-1) までの整数 (a_k-i) が $(l-1)$ 行目から 1 行目までに各々 i 回現われるような差分三角形を構成することによって実現できる。

このとき、 ℓ と k 及び a_k との間には以下の関係が成立する。

$$\ell \times (a_k - \ell) = \frac{k(k-1)}{2} - \frac{\ell(\ell-1)}{2} \quad (3.9)$$

上式において右辺は差分三角行列の第1行目から $(\ell-1)$ 行目までに含まれる元の数と差分三角行列の元の総数から引いたものである。

式(3.9)を解けば、 ℓ は次式のようになる。

$$\ell = (a_k - \frac{1}{2}) - \sqrt{(a_k - \frac{1}{2})^2 - k(k-1)} \quad (3.10)$$

以上のような差分三角行列が構成できた時、各信号チャネルに落ち込む3次混変調積の数は式(2.24)を用いることによって求めることが可能であり、最も数多くの3次混変調積が落ち込む信号チャネルにおける3次混変調積の数 $I(\ell)$ は次式で与えられる。

$\ell \leq \frac{k}{2}$ の時

$$I(\ell) = (\ell-1)(k-1) \quad (3.11)$$

$\ell > \frac{k}{2}$ の時

$$I(\ell) = 2(k-\ell)(\ell-1) + \ell(\ell-3) - \frac{k}{2}(\frac{k}{2}-2) + 1 \quad (3.12)$$

一方、等間隔配列時に最も数多くの3次混変調積が落ち込む信号チャネルにおける3次混変調積の数 $I_{o,max}$ は式(2.25)より、次式となる。

$$I_{o,max} = \frac{(k-2)(3k-2)}{4} \quad (3.13)$$

ここで、本節で述べたようなチャネル配列が構成できた時の3次混変調積の数を等間隔配列時の3次混変調積の数で正規化したものを正規化混変調出力 $\eta(k, x)$ (ただし $x = a_k/k$, 比帯域)と定義すれば、式(3.10)～式(3.13)より、 $\eta(k, x)$ は次式となる。

$1 \leq x \leq 5/4$ の時

$$\eta(k, x) = \frac{8(k-\ell)(\ell-1)+4\ell(\ell-3)-k(k-4)+8}{(k-3)(3k-2)} \quad (3.14)$$

$5/4 < x$ の時

$$\eta(k, x) = \frac{4(\ell-1)(k-1)}{(k-3)(3k-2)} \quad (3.15)$$

ただし、

$$\ell = \left(kx - \frac{1}{2}\right) - \sqrt{k^2(x^2-1) - k(x-1) + 1/4} \quad (3.16)$$

$$x = \frac{a_k}{k} \quad (3.17)$$

信号チャネル数 k が十分大きい時、式 (3.14)、(3.15) は各々以下のように近似できる。

$1 \leq x \leq 5/4$ の時

$$\eta(\infty, x) = 1 - \frac{8}{3}(x-1)\{x - \sqrt{x^2-1}\} \quad (3.18)$$

$x > 5/4$ の時

$$\eta(\infty, x) = \frac{4}{3}\{x - \sqrt{x^2-1}\} \quad (3.19)$$

式 (3.14)、(3.15) を用いて、比帯域 x と正規化混変調出力 $\eta(k, x)$ との関係は k をパラメータとして求めた結果が図 3.3 である。また、正規化混変調出力 $\eta(k, x)$ をパラメータとして、信号チャネル数 k と比帯域 x との関係を示したのが図 3.4 である。なお、これらの図には、3.2.2 で得られた具体的なチャネル配列解の結果をも併せ示している。

結論として、図 3.3 及び図 3.4 より以下のことがいえる。

- ① 正規化混変調出力を同じとした時、信号チャネル数 k が多くなるにつれて帯域利用効率は悪くなる。
- ② 必要最小帯域幅に比べて 50% 増の周波数帯域幅が割り当てられれば、信号帯域に落ち込む 3 次混変調雑音レベルを $1/2$ 以下に減らすこ

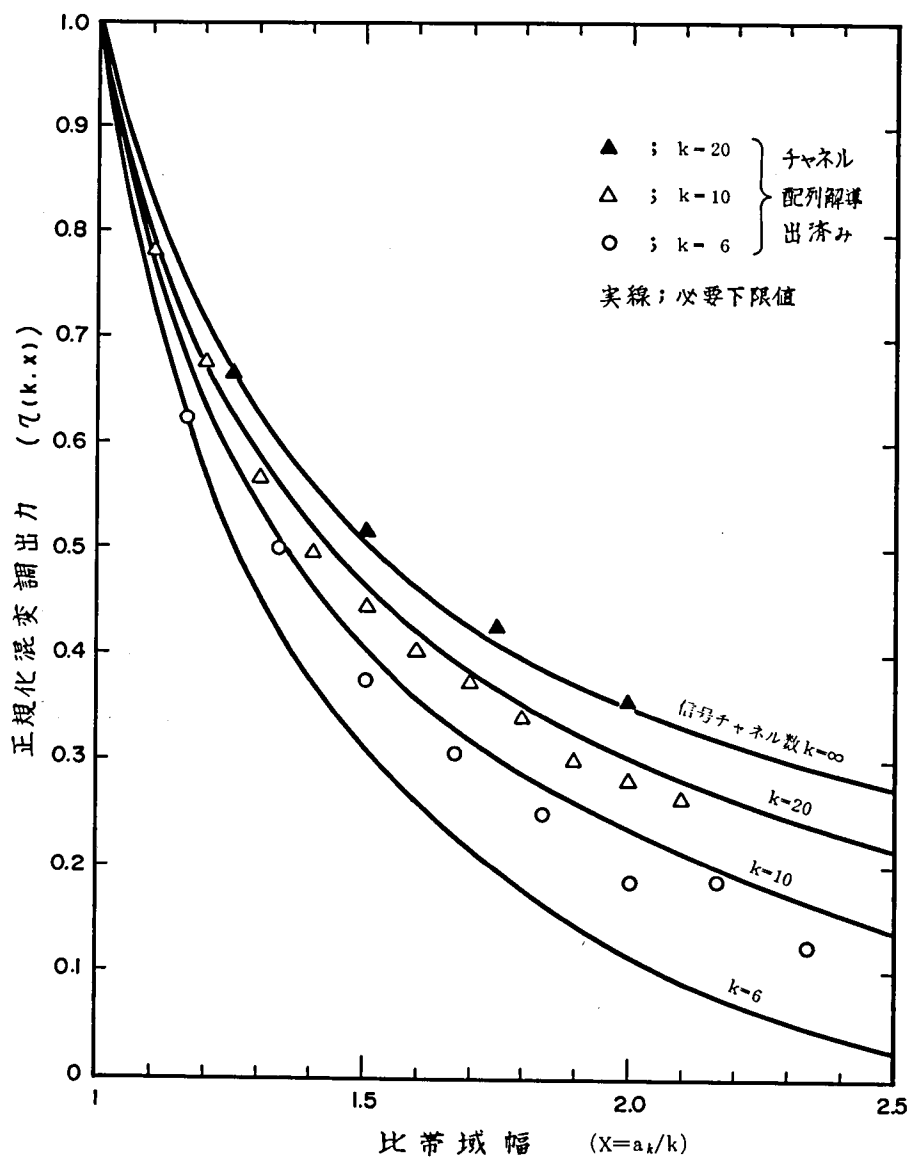


図3.3 割当て周波数帯域幅と3次混変調雑音出力との関係

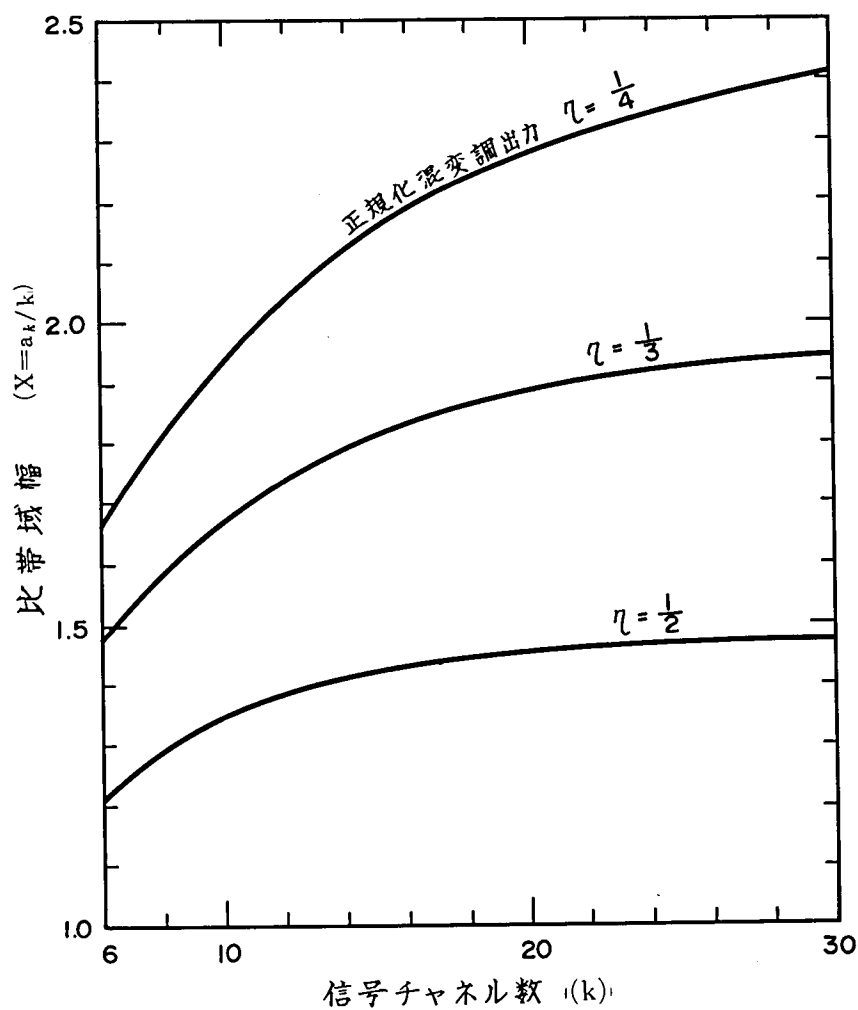


図 3.4 正規化混変調出力をパラメータとした信号チャネル数と比帯域幅との関係 (下限値)

とができる。また、必要最小帯域幅の 2 倍の帯域幅が割り当てられれば、3 次混変調雑音レベルを $1/3$ 程度にまで減少させることができる。

なお、ここで求めた比帯域と正規化混変調出力との関係は、実現可能であることが必ずしも保障されていないが、3.2.2 で求めた具体的なチャネル配列結果と比較した時、1 つの目安あるいは目標値を与えるものとして極めて有効である。

3.2.2 チャネル配列解の具体例

3.2.1 では比帯域幅と混変調雑音との一般的な関係について述べたが、実システムへの適用を考慮した場合には、具体的なチャネル配列解を求める必要がある。ところで、信号チャネル数 k 及び最大チャネル番号 a_k が与えられた時、あらゆる組み合わせの配列に対して式 (2.2.4) に従って計算を行ない、そのうち最も混変調雑音の影響が少ないものを選べばそれが最適チャネル配列を与えることは明白である。このような手法によって求めた信号チャネル数 k が 6, 8, 10 及び 12 の場合における最適配列解を表 3.3 に示す。同表より明らかなように、チャネル間間隔はチャネルの両端ほど密に中央ほど粗になっている。この理由は、中央部を粗にするほど差分三角行列に含まれる各整数値の重複度を一様化することができるからである。

全割当帯域幅が必要最小帯域幅に比べて 2 倍程度以下を対象とした時、信号チャネル数が 10 程度までならば上述のようにあらゆる組み合わせ計算を行なった上で最適チャネル配列解を求めることが可能であるが、信号チャネル数が多くなるとこのような組み合わせ計算によって最適解を求めることは計算時間の制約上ほとんど不可能である。また、3.1 で述べた単純差集合配列のように定差集合理論を用いて系統的に解を導くことも不可能なように思われる。一方、実システムへの適用を考慮した時、より多くの信号チャネルに対する最適配列解を求めることが必要である。

このように信号チャネル数が多くなった場合における最適配列解の導出アルゴリズムについて試行錯誤的な検討を行なった結果、必ずしも最適解を与える保障は無いが、以下に述べるような手法が簡単でかつ現

表 3.3 最適チャネル配列の 1 例

(信号チャネル数 $k=6$)

最大チャネル 番号 (a_k)	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力 (η)	チャネル間間隔
7	1.17	0.625	(1 1 2 1 1)
8	1.33	0.500	(1 1 2 2 1)
9	1.50	0.375	(1 1 3 2 1)
10	1.67	0.313	(1 2 2 3 1)
11	1.83	0.250	(1 2 4 2 1)
12	2.00	0.188	(1 2 3 4 1)
13	2.17	0.188	(1 2 4 4 1)
14	2.33	0.125	(1 1 4 4 3)
15	2.50	0.125	(1 2 5 4 2)
16	2.67	0.125	(1 5 2 3 4)
17	2.83	0.125	(1 2 6 5 2)
18	3.00	0.000	(1 3 6 5 2)

(信号チャネル数 $k=8$)

最大チャネル 番号 (a_k)	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力 (η)	チャネル間間隔
9	1.125	0.727	(1 1 1 2 1 1 1)
10	1.250	0.606	(1 1 1 2 2 1 1)
11	1.375	0.545	(1 1 2 2 1 2 1)
12	1.500	0.455	(1 1 2 1 3 2 1)
13	1.625	0.364	(1 1 3 2 3 1 1)
14	1.750	0.333	(1 1 2 3 2 3 1)
15	1.875	0.273	(1 1 4 3 2 2 1)
16	2.000	0.273	(1 1 4 2 3 3 1)
17	2.125	0.242	(1 1 4 2 5 3 1)

(信号チャネル数 $k=10$)

最大チャネル番号 (a_k)	比 帯 域 (x)	正規化混変調出力 (η)	信号チャネル間間隔
11	1.1	0.786	(1 1 1 1 2 1 1 1 1)
12	1.2	0.679	(1 1 1 2 1 2 1 1 1)
13	1.3	0.571	(1 1 1 2 1 3 1 1 1)
14	1.4	0.500	(1 1 1 2 1 3 2 1 1)
15	1.5	0.446	(1 1 1 3 1 3 2 1 1)
16	1.6	0.411	(1 1 1 3 3 2 2 1 1)
17	1.7	0.375	(1 1 1 3 3 2 2 2 1)
18	1.8	0.340	(1 1 2 2 2 3 3 1 1)
19	1.9	0.304	(1 1 2 4 3 2 3 1 1)
20	2.0	0.286	(1 1 3 2 4 3 3 1 1)
21	2.1	0.268	(1 1 2 5 4 1 3 2 1)

(信号チャネル数 $k=12$)

最大チャネル番号 (a_k)	比 帯 域 (x)	正規化混変調出力 (η)	信号チャネル間間隔
13	1.083	0.824	(1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1)
14	1.167	0.726	(1 1 1 1 2 1 2 1 1 1 1)
15	1.250	0.635	(1 1 1 1 2 1 2 2 1 1 1)
16	1.333	0.565	(1 1 1 1 3 1 2 2 1 1 1)
17	1.417	0.529	(1 1 1 1 3 1 3 2 1 1 1)
18	1.500	0.459	(1 1 1 2 2 3 1 3 1 1 1)
19	1.583	0.427	(1 1 1 2 2 3 1 4 1 1 1)

実的なものとして有効であるとの結論に達した。

- ① 信号チャネル k と最大チャネル番号 a_k を与える。この時の各信号チャネル間間隔を $D_k = \{d_{12}, d_{23}, d_{34}, \dots, d_{k-1, k}\}$ と定義する。
- ② $k_i < k$, $a_{k_i} < a_k$ なる k_i 及び a_{k_i} を与えた時の最適チャネル配列解 (k_i, a_{k_i}) を予じめ求めておく。($i = 1, 2, \dots, r$) この時の各信号チャネル間間隔を $D_{k_i} = \{d_{12}^i, d_{23}^i, d_{34}^i, \dots, d_{k-1, k}^i\}$ と定義する。
- ③ 新たに求めようとするチャネル配列の k , a_k と既知の最適チャネル配

列の k_i , a_{k_i} との間には以下の関係式を満足するものとする。

$$k = \sum_{i=1}^r k_i + 1 \quad a_k = \sum_{i=1}^r a_{k_i} + 1$$

- ④ 上記条件下のもとで図 3.5 に示したような方法によって $D_{k_1}, D_{k_2}, \dots, D_{k_r}$ をくし形多重することによって D_k をつくる。

なお、 D_{k_i} は互いにできるだけ相関の弱いものを選び、かつインターリーブ多重度 i はできるだけ小さくすることとする。

既知の最適配列	$\begin{array}{l} D_{k_1} ; (d_{12}^1 \quad d_{23}^1 \quad d_{34}^1 \quad - \quad - \quad - \quad d_{k_1-1, k_1}^1) \\ D_{k_2} ; \quad (d_{12}^2 \quad d_{23}^2 \quad - \quad - \quad - \quad d_{k_2-1, k_2}^2) \\ \vdots \\ D_{k_r} ; \quad \quad \quad (d_{12}^r \quad - \quad - \quad - \quad d_{k_r-1, k_r}^r) \end{array}$
求める配列	$D_k ; (d_{12}^1, d_{12}^2, d_{23}^1, d_{23}^2, - \quad - \quad - \quad d_{k_2-1, k_2}^2, d_{k_1-1, k_1}^1)$

図 3.5 くし形多重による新たな信号チャネル配列の構成方法

上記手法を用いて求めたチャネル配列結果を表 3.4 に示す。同表において、例えば $k = 20$, $a_k = 30$ の場合の配列解は、 $k = 10$, $a_k = 15$ の最適チャネル配列解と $k = 11$, $a_k = 16$ の最適チャネル配列解とを、くし形多重して求めたものである。

このように、信号数が少ない場合の最適チャネル配列解をくし形多重することによって求めたチャネル配列解は、前述のように必ずしも最適なものである保障は無いが、図 3.3 から明らかなように、正規化混変調出力は、必要下限値に対してその増分が 20% 以下であり、実システムへの適用上十分満足できる特性を有するものであるといえよう。

表 3.4 くし形多重による信号チャネル配列例

信号チャネル 数 (k)	最大チャネル 番号(a _k)	比帯域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
20	25	1.25	0.663	(111111221132111 1111)
20	30	1.50	0.521	(111121122321331 1111)
20	35	1.75	0.433	(111121251242311 3111)
20	40	2.00	0.364	(111323123434214 1111)

3.3 複数エリヤシステムにおける最適チャネル配列⁽²⁴⁾

3.1 及び 3.2 は、単一のサービス・エリヤを対象とした検討であったが、海事衛星通信システムなどの場合には、例えば、太平洋地域、印度洋地域、大西洋地域といったように複数のサービスエリヤが存在し、かつ干渉の点から各サービスエリヤに対して異なる周波数を割り当てるようなシステム構成が採られるものと予想される。

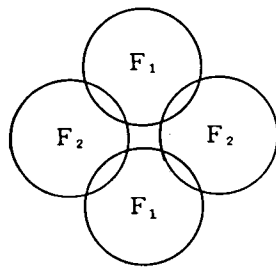
以下このように複数のサービスエリヤが存在する場合における最適信号チャネル配列法について論じる。

3.3.1 複数エリヤシステムの構成例

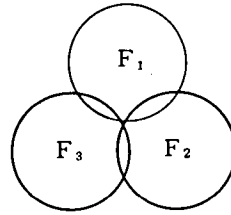
海事衛星通信のようなシステムにおいては、全地球サービスエリヤを3個あるいは4個の静止衛星によってカバーするような構成方法が採られようとしている。このようなシステムを対象とした時、各サービスエリヤに対して同一の周波数を割り当てることは、干渉の点から問題があり、図 3.6 の(a)あるいは(b)のように全割当てチャネルを2分割あるいは3分割して各サービスエリヤに割当ててような方法が採られることになる。

この際、各サービスエリヤに対する信号チャネルの具体的な割当て方法としては、図 3.7 に示すように、全割当て周波数を大きく2あるいは

3分割する方法と、チャネルインタリーブする方法とが考えられる。

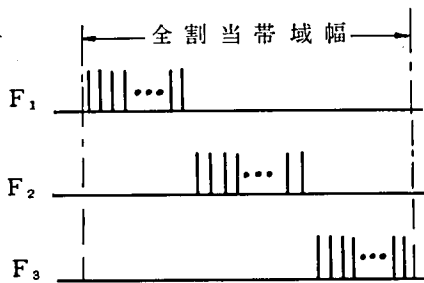


(a) 周波数2分割使用

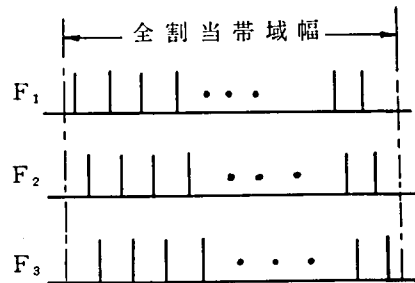


(b) 周波数3分割使用

図 3.6 海事衛星通信システムのサービスエリア毎周波数分割例



(a) 帯域分割配列法



(b) インタリーブ配列法

図 3.7 周波数3分割使用時の無線チャネル割当法

前者の方法が採られた場合には、各サービスエリア毎に独立に最適チャネル割当てを行なえば良いので、3.1あるいは3.2で論じた方法をそのまま適用することができる。一方、後者の方法が採られた場合には、他のサービスエリアに割当てられている信号チャネルを一種の空チャネルとみなすことができるので、それを有効に利用して最適チャネル割当てを行なうことが可能である。

以下、後者の割当て方法が採られた場合を対象として、3次混変調雑

音の影響を最小化するチャネル割当て方法について論じる。

3.3.2 チャネルインタリーブ多重時の単純差集合配列

単純差集合配列とは、3.1で定義したように、任意の3次混変調積が
いかなる信号チャネルにも落ち込まないようなチャネル配列のことであ
り*、チャネルインタリーブが行なわれない場合には3.1で述べたように
定差集合理論を用いて解析的に最適配列解を導出することができる。

一方、チャネルインタリーブ多重を行なう場合には、最小チャネル間間
隔をインタリーブ多重度以上に選ぶ必要があるため、定差集合理論を用
いて最適解を求めることができない。

そこで、ここでは、まず、各エリヤ当りの信号チャネル数が10以下
の場合について、計算機によって組み合わせ計算を実行することによって
最適配列解を求めた。表3.5は、得られた最適配列解を示している。

一方、各エリヤ当りの信号チャネル数が11以上と多くなった場合に
は、組み合わせ計算によって解を求めることは計算時間の制約上ほとんど
不可能である。このような場合に対して、必ずしも最適解を与えるもの
ではないが、3.1.1の定理2を用いることによってチャネル配列解を求
めることが可能である。つまり、定差集合理論を用いて求めた完全単純
差集合から、いかなる要素間間隔もインタリーブ多重度 Z 以下とならな
いような継続する要素からなる部分集合を選び、最小要素が1となるよ
うに各要素の値を等しく平行移動させると、その部分集合が、インタリ
ーブ多重度が Z の場合の単純差集合配列となる。したがって、このよう
にして求めたもののうち最大チャネル番号が最小のものを選べば良い。
このような方法によって求めた単純差集合配列解を表3.6及び表3.7に
示す。なお、これらの表は、表の簡素化のため、1つのエリヤ内のチャ
ネル配列解のみを示している。

* ただし、信号チャネルグループ F_i 内で生じる3次混変調積が他のグループ F_j 内に落
ち込むことは許容される。

表 3.5 複数サービスエリアシステムにおける最適単純
差集合配列例

(インタリーブ多重度 $Z=2$)

エリア当りの 信号チャンネル数 (k)	比 帯 域 (x)	チ ャ ネ ル 番 号
5	1.60	$F_1 : (1, 3, 7, 10, 15)$ $F_2 : (2, 4, 8, 11, 16)$
6	1.83	$F_1 : (1, 3, 9, 14, 18, 21)$ $F_2 : (2, 4, 10, 15, 19, 22)$
7	2.14	$F_1 : (1, 3, 11, 17, 22, 26, 29)$ $F_2 : (2, 4, 12, 18, 23, 27, 30)$
8	2.56	$F_1 : (1, 3, 7, 17, 20, 28, 35, 40)$ $F_2 : (2, 4, 8, 18, 21, 29, 36, 41)$
9	2.84	$F_1 : (1, 3, 11, 16, 23, 27, 41, 44, 50)$ $F_2 : (2, 4, 12, 17, 24, 28, 42, 45, 51)$
10	3.25	$F_1 : (1, 3, 7, 16, 28, 38, 45, 56, 61, 64)$ $F_2 : (2, 4, 8, 17, 29, 39, 46, 57, 62, 65)$

(インタリーブ多重度 $Z=3$)

エリア当りの 信号チャンネル数 (k)	比 帯 域 (x)	チ ャ ネ ル 番 号
5	1.40	$F_1 : (1, 4, 8, 13, 19)$ $F_2 : (2, 5, 9, 14, 20)$ $F_3 : (3, 6, 10, 15, 21)$
6	1.56	$F_1 : (1, 4, 11, 17, 22, 26)$ $F_2 : (2, 5, 12, 18, 23, 27)$ $F_3 : (3, 6, 13, 19, 24, 28)$
7	1.71	$F_1 : (1, 4, 12, 18, 25, 30, 34)$ $F_2 : (2, 5, 13, 19, 26, 31, 35)$ $F_3 : (3, 6, 14, 20, 27, 32, 36)$
8	1.92	$F_1 : (1, 4, 10, 17, 21, 29, 39, 44)$ $F_2 : (2, 5, 11, 18, 22, 30, 40, 45)$ $F_3 : (3, 6, 12, 19, 23, 31, 41, 46)$
9	2.11	$F_1 : (1, 4, 16, 25, 32, 36, 42, 50, 55)$ $F_2 : (2, 5, 17, 26, 33, 37, 43, 51, 56)$ $F_3 : (3, 6, 18, 27, 34, 38, 44, 52, 57)$
10	2.33	$F_1 : (1, 4, 9, 21, 30, 40, 44, 55, 62, 68)$ $F_2 : (2, 5, 10, 22, 31, 41, 45, 56, 63, 69)$ $F_3 : (3, 6, 11, 23, 32, 42, 46, 57, 64, 70)$

表 3.6 インタリブ多重度 $Z = 2$ に対する単純差集合配列解
(ただし、 $11 \leq k \leq 32$)

k	単 純 差 集 合 配 列 解
11	1 15 25 45 52 58 61 63 80 84 92
12	1 11 19 30 63 70 76 79 91 93 113 117
13	1 3 13 41 49 84 90 93 106 110 117 135 140
14	1 6 22 24 30 52 69 78 88 121 128 148 159 162
15	1 12 25 35 50 54 57 104 109 125 137 139 145 176 185
16	1 12 25 35 50 54 57 104 109 125 137 139 145 176 185 202
17	1 4 15 35 42 75 85 94 111 133 139 141 157 162 194 206 219
18	1 10 18 51 53 56 74 81 100 113 142 153 187 201 207 211 223 238
19	1 8 11 68 77 94 116 121 156 158 179 194 208 212 228 240 253 259 283
20	1 12 14 22 26 31 76 82 104 119 145 148 180 203 219 239 286 304 328 335
21	1 28 39 41 49 53 58 103 109 131 146 172 175 207 230 246 266 313 331 355 362
22	1 6 18 29 37 53 63 107 137 150 175 179 235 242 244 290 293 308 330 369 383 389
23	1 6 18 29 37 53 63 107 137 150 175 179 235 242 244 290 293 308 330 369 383 389 410
24	1 6 18 29 37 53 63 107 137 150 175 179 235 242 244 290 293 308 330 369 383 389 410 460
25	1 6 18 29 37 53 63 107 137 150 175 179 235 242 244 290 293 308 330 369 383 389 410 460 492
26	1 17 34 70 120 124 130 155 168 219 265 320 327 341 346 349 383 398 407 466 477 489 507 509 554 581
27	1 7 33 44 61 85 125 192 219 221 268 278 324 333 347 395 415 430 434 446 468 504 534 576 579 584 597
28	1 7 33 44 61 85 125 192 219 221 268 278 324 333 347 395 415 430 434 446 468 504 534 576 579 584 597 674
29	1 7 33 44 61 85 125 192 219 221 268 278 324 333 347 395 415 430 434 446 468 504 534 576 579 584 597 674 699
30	1 47 55 87 103 107 168 282 300 313 327 391 417 454 484 487 489 496 525 546 569 620 635 645 669 688 746 757 763 785
31	1 13 39 71 81 146 154 246 340 344 390 437 439 462 498 516 525 549 564 594 601 654 665 685 774 796 802 815 831 836
32	1 44 56 82 114 124 189 197 289 383 387 433 480 482 505 541 559 568 592 607 637 644 697 708 711 728 817 839 845 858 874 879

表 3.7 インタリーブ多重度 $Z = 3$ に対する単純差集合配列解
(ただし、 $11 \leq k \leq 30$)

k	単 純 差 集 合 配 列 解
11	1 7 12 16 26 34 56 82 95 98 115
12	1 11 39 47 82 88 91 104 108 115 133 138
13	1 11 33 51 87 116 120 129 136 144 150 155 167
14	1 4 22 29 48 61 90 101 135 149 155 159 171 186
15	1 7 32 39 48 87 104 116 130 140 170 174 189 192 197
16	1 7 32 39 48 87 104 116 130 140 170 174 189 192 197 234
17	1 5 11 25 89 120 133 142 149 154 179 187 190 205 222 245 284
18	1 5 26 83 99 114 117 131 158 168 207 235 242 254 265 278 287 307
19	1 33 60 74 80 97 108 178 207 220 228 238 264 273 289 322 329 341 344
20	1 4 30 42 48 52 67 88 121 145 180 197 225 257 280 287 296 307 368 381
21	1 31 77 109 136 150 156 173 184 254 283 296 304 314 340 349 365 398 405 417 420
22	1 25 55 101 133 160 174 180 197 208 278 307 320 328 338 364 373 389 422 429 441 444
23	1 39 63 93 139 171 198 212 218 235 246 316 345 358 366 376 402 411 427 460 467 479 482
24	1 8 17 93 111 147 176 193 213 217 236 244 308 334 348 386 396 401 407 435 457 470 482 512
25	1 7 25 28 36 105 137 142 146 165 198 237 262 288 324 336 370 390 412 443 501 539 546 556 586
26	1 44 50 68 71 79 148 180 185 189 208 241 280 305 331 367 379 413 433 455 486 544 582 589 599 629
27	1 4 12 57 98 125 134 210 224 241 262 274 284 290 308 313 355 409 413 428 515 555 590 603 610 647 672
28	1 26 70 80 107 111 153 160 169 174 177 224 272 292 315 348 374 380 393 408 485 557 618 657 692 714 732 743
29	1 11 99 125 152 167 202 208 224 233 257 287 295 315 354 432 472 476 493 536 568 582 587 605 616 652 747 754 799
30	1 37 121 146 190 200 227 231 273 280 289 294 297 344 392 412 435 468 494 500 513 528 605 677 738 777 812 834 852 863

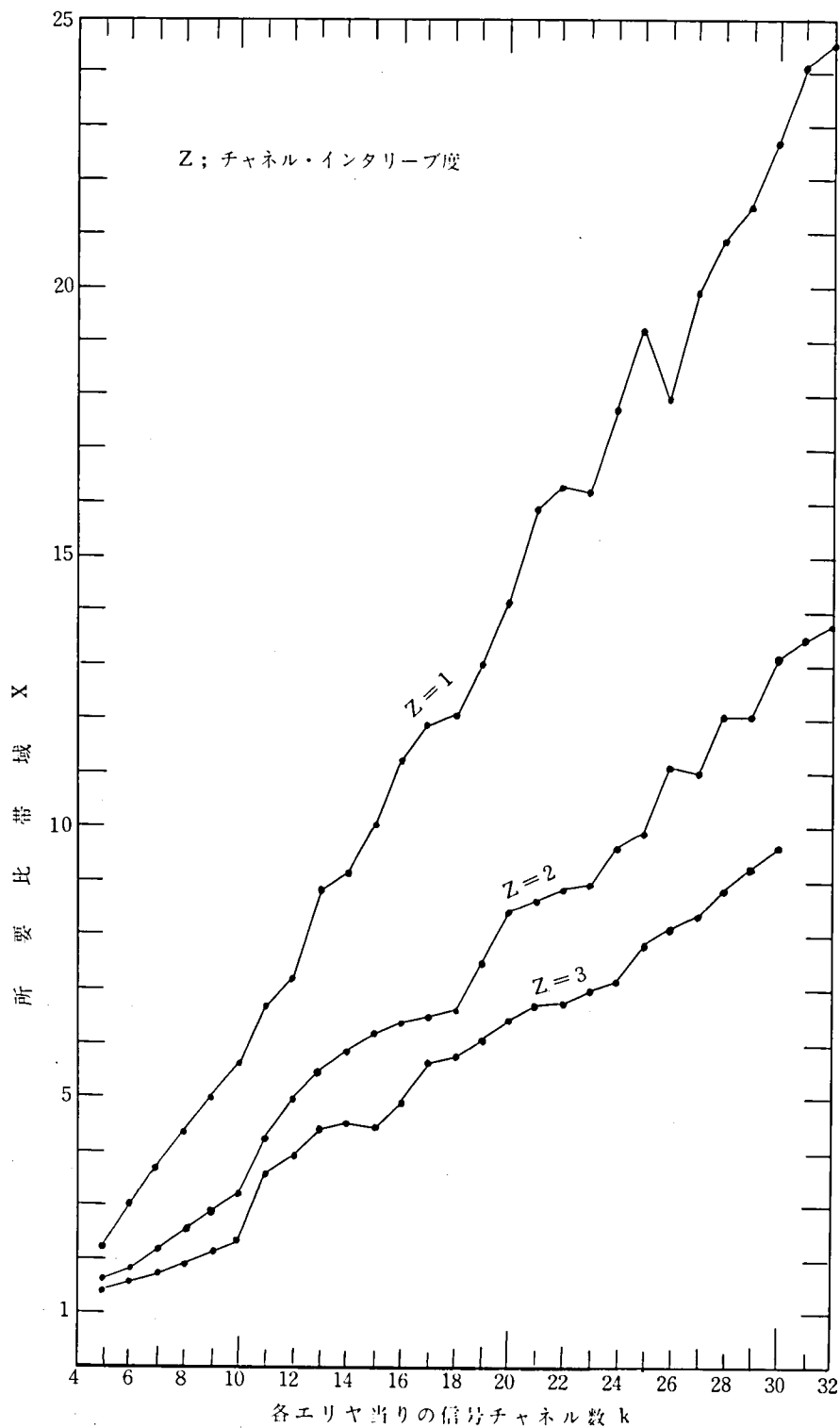


図 3.8 単純差集合配列時の信号チャンネル数と所要比帯域との関係

図 3. 8は、信号チャネル数 k と比帯域 x との関係を図示したものであり、 k が 10 以下については全ての組み合わせ計算を実行することによって求めた最適配列解を、 k が 11 以上については単純差集合の部分集合として求めた配列解を示している。また、同図には 3. 1 で求めたインタリーブ多重を行なわない場合における最適単純差集合配列の結果も併せ示している。

ただし、ここで比帯域 x とは、全使用周波数帯域幅と全信号チャネル数との比を意味している。つまり、 x は以下の計算式に従っている。

$$x = \frac{a_k + Z - 1}{Z \times k} \quad (3.20)$$

図 3. 8 より以下のことが明らかとなる。

- ① 部分集合として求めた配列解は、組み合わせ計算より求めた最適配列解よりも、比帯域の点で劣り、特にインタリーブ多重度が大きい時にその傾向は顕著である。
 - ② インタリーブ多重度 Z を増すほど比帯域 x は減少する。つまり周波数利用効率の低下は少ない。そして、その減少の割合は $1/Z$ よりわずかに大きい。例えば、信号チャネル数 k が 10 の場合 $Z=1$ に対して $x=5.6$ 、 $Z=2$ に対して $x=3.2$ 、 $Z=3$ に対して $x=2.3$ となる。
3. 3. 3 信号帯域内の 3 次混変調を最小化するチャネル配列

ここでは、2重あるいは3重のチャネル・インタリーブ多重が行なわれる場合を対象として、3. 2. 2と同様、あらゆる組み合わせの配列に対して式(2. 24)に従って、各信号帯域に生じる3次混変調出力の計算を行ない、その結果として最適チャネル配列解を求め、かつその特性を論じる。

表 3. 8 及び表 3. 9は、各エリヤ当りの信号チャネル数が 6, 8, 10 及び 12 の場合について得られた最適配列結果を示している。また、図 3. 9 及び図 3. 10は、このような最適配列時における比帯域 x と正規化混変調出力との関係を示している。ただし、これらの表及び図において比帯域とは 3. 2. 2の式(3. 20)にしたがうものであり、また正規化混

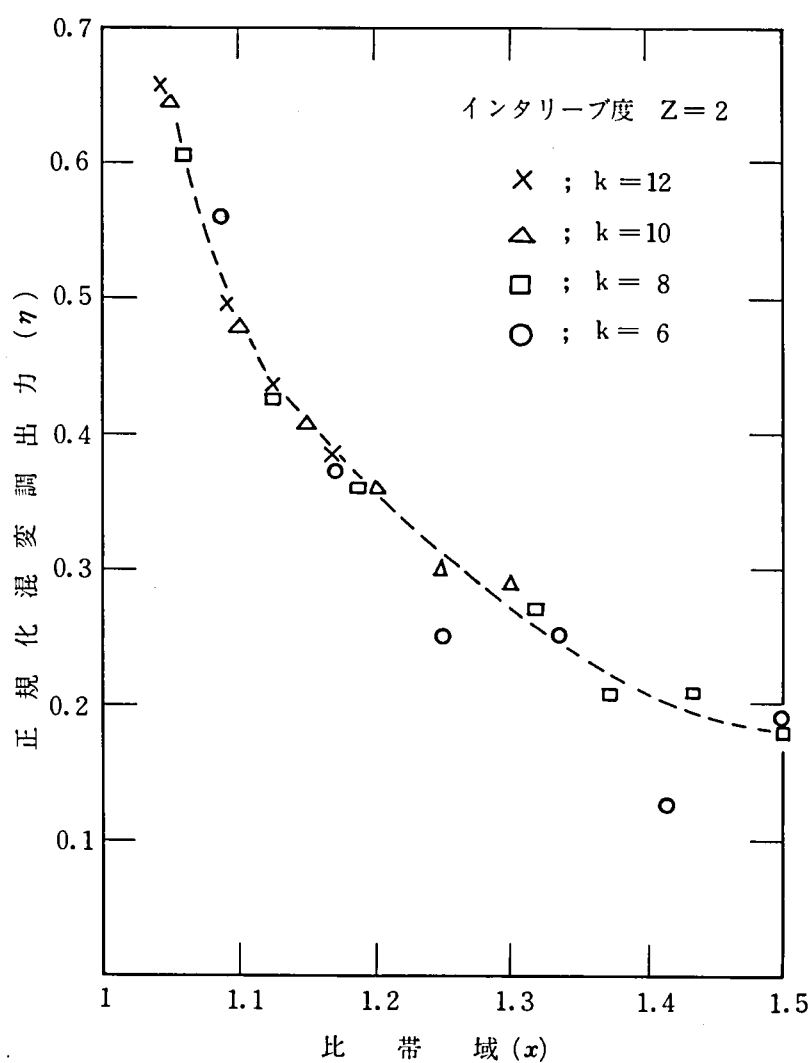


図 3.9 割当周波数帯域幅と 3 次混変調積出力との関係
($Z=2$)

変調出力とは最も影響の多い信号チャンネルに落ち込む 3 次混変調積の数を等間隔配列時のそれで正規化したものである。

以上は、信号チャンネル数が 12 以下の場合についてであるが、信号チャンネル数が多くなると、このような全ての組み合わせ計算を実行して最適配列解を求めることは、計算時間の制約上ほとんど不可能である。しか

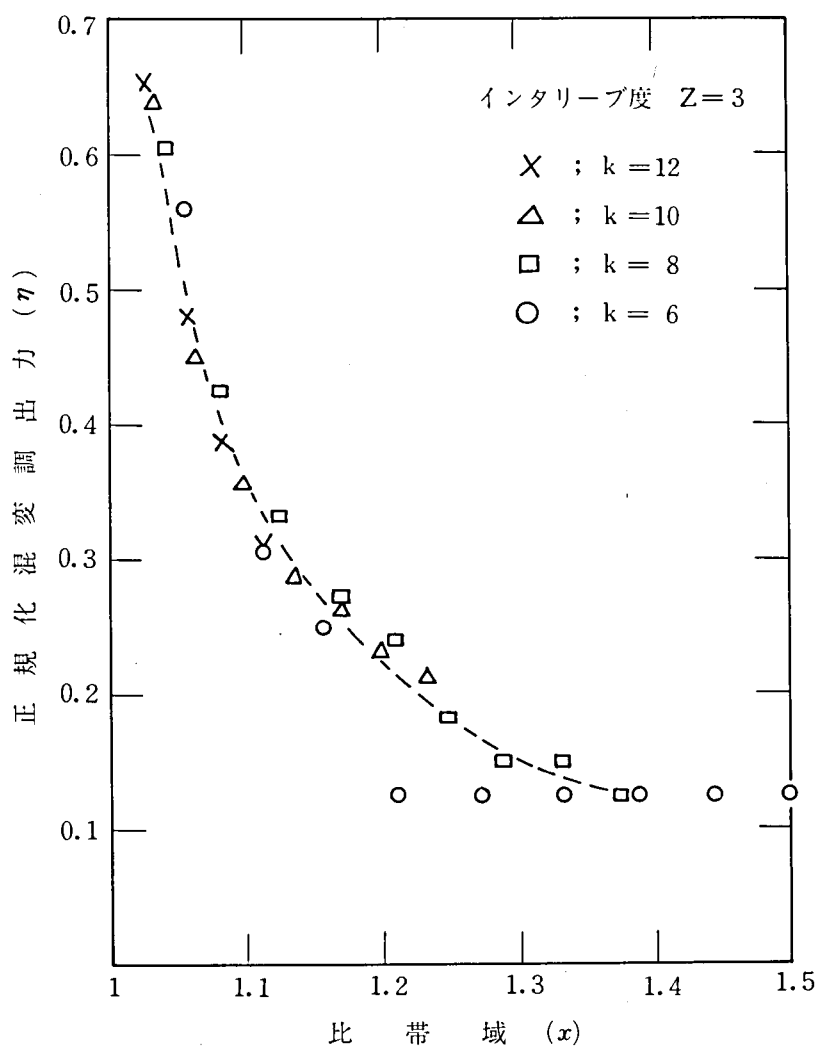


図 3.10 割当周波数帯域幅と 3 次混変調積出力との関係
($Z=3$)

しながら、信号チャネル数が 20 の場合について試行錯誤的に求めた配列結果を参考までに表 3.10 に示す。

表 3.10 は、比帯域が 1.1、つまり割当帯域幅に 10 % の余裕がある場合のチャネル配列例であるが、図 3.9 及び図 3.10 と比較すれば明らかなように、信号チャネル数が少ない場合とほぼ同程度の混変調改善効

果が得られている。

以上の計算及び検討の結果より、以下のことが明らかとなる。

チャンネル・インタリーブ度 Z が 2 の場合、等間隔配列時に比べて 3 次混変調積出力は、比帯域が 1.1 の時 $1/2$ 以下に、また比帯域が 1.2 の時 $1/3$ 程度にまで減少させることができる。一方、チャンネル・インタリーブ度 Z が 3 の場合、混変調積出力は、比帯域が 1.1 の時 $1/3$ 程度に、また比帯域が 1.2 の時には $1/4$ 以下に減少させることができる。

このように、チャンネルインタリーブを行なうことによる 3 次混変調積に関する改善効果は大きく、特にその効果は、比帯域が小さい領域で顕著である。この理由は、グループ F_i に着目した時、他のグループ F_j の信号チャンネルを一種のダミー・チャンネルとみなすことができ、そこに 3 次混変調積を落ち込ませることにより、その結果として、グループ F_i に含まれる信号チャンネルに落ち込む 3 次混変調積の数を減少させることができるからである。

表 3.8 インタリーブ・チャンネル割当て時の最適チャンネル配列例
(インタリーブ度 $Z = 2$)

(エリア当りの信号チャンネル数 $k = 6$)

ダミー・チャンネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.08	0.563	(2 2 2 3 2)
2	1.17	0.375	(2 2 2 3 3)
3	1.25	0.250	(2 3 2 4 2)
4	1.33	0.250	(2 3 2 4 3)
5	1.42	0.125	(2 2 5 3 3)
6	1.50	0.188	(2 2 5 3 4)
7	1.58	0.125	(2 3 4 6 2)

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=8$)

ダミー・チャ ネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.06	0.606	(2 2 2 2 2 3 2)
2	1.13	0.424	(2 2 2 2 3 2 3)
3	1.19	0.363	(2 2 2 3 2 3 3)
4	1.25	0.303	(2 2 4 3 2 3 2)
5	1.31	0.272	(2 2 3 4 2 3 3)
6	1.38	0.212	(2 2 2 5 3 3 3)
7	1.44	0.212	(2 2 4 3 5 2 3)

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=10$)

ダミー・チャ ネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.05	0.643	(2 2 2 2 2 2 3 2 2)
2	1.10	0.482	(2 2 2 2 2 3 2 3 2)
3	1.15	0.411	(2 2 2 2 3 2 3 2 3)
4	1.20	0.357	(2 2 2 3 3 3 2 3 2)
5	1.25	0.304	(2 2 2 4 3 3 2 3 2)
6	1.30	0.286	(2 2 2 3 4 3 3 2 3)

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=12$)

ダミー・チャ ネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.04	0.659	(2 2 2 2 2 2 2 3 2 2)
2	1.08	0.492	(2 2 2 2 2 2 3 2 2 3 2)
3	1.13	0.435	(2 2 2 2 3 2 2 3 3 2 2)
4	1.17	0.388	(2 2 2 3 2 3 3 3 2 2 2)

表 3.9 インタリーブ・チャンネル割当て時の最適チャンネル配列例
(インタリーブ度 $Z=3$)

(エリア当りの信号チャンネル数 $k=6$)

ダミーチャンネル数	比帯域 (x)	正規化混変調出力(η)	チャンネル間隔
1	1.06	0.562	(3 3 3 4 3)
2	1.11	0.313	(3 3 3 4 4)
3	1.17	0.250	(3 4 3 5 3)
4	1.22	0.125	(3 3 4 4 5)
5	1.28	0.125	(3 3 5 5 4)
6	1.33	0.125	(3 4 4 5 5)
7	1.39	0.125	(3 4 5 4 6)

(エリア当りの信号チャンネル数 $k=8$)

ダミーチャンネル数	比帯域 (x)	正規化混変調出力(η)	チャンネル間隔
1	1.04	0.606	(3 3 3 3 3 4 3)
2	1.08	0.424	(3 3 3 3 4 3 4)
3	1.13	0.333	(3 3 3 4 4 4 3)
4	1.17	0.272	(3 3 3 4 4 5 3)
5	1.21	0.242	(3 3 3 5 4 4 4)
6	1.25	0.182	(3 3 5 3 4 5 4)
7	1.29	0.152	(3 3 3 7 4 4 4)
8	1.33	0.152	(3 5 5 5 4 3 4)
9	1.38	0.121	(3 3 6 5 5 4 4)

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=10$)

ダミーチャ ネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.03	0.643	(3 3 3 3 3 3 4 3 3)
2	1.07	0.446	(3 3 3 3 3 4 3 4 3)
3	1.10	0.357	(3 3 3 3 4 3 4 4 3)
4	1.13	0.286	(3 3 3 3 4 3 4 4 4)
5	1.17	0.268	(3 3 4 3 4 4 5 3 3)
6	1.20	0.232	(3 3 4 4 4 5 4 3 3)
7	1.23	0.214	(3 3 4 4 5 4 5 3 3)

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=12$)

ダミーチャ ネル数	比 帯 域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
1	1.03	0.659	(3 3 3 3 3 3 3 3 4 3 3)
2	1.06	0.482	(3 3 3 3 3 3 3 4 3 4 3)
3	1.08	0.388	(3 3 3 3 3 3 4 3 4 4 3)
4	1.11	0.318	(3 3 3 3 3 4 3 4 3 4 4)

表 3.10 インタリーブ・チャネル割当時のチャネル配列例

(エリヤ当りの信号チャネル数 $k=20$)

インタリー ブ度 (Z)	ダミーチャ ネル数	比帯域 (x)	正規化混変 調出力(η)	チャネル間間隔
2	4	1.10	0.479	(2 2 2 2 3 2 2 3 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2)
3	6	1.10	0.375	(3 4 4 3 3 3 3 3 3 4 3 4 4 4 3 3 3)

第4章 デジタル変調信号のスペクトラム拡散技術

商用衛星通信システムにおいては、地上マイクロ波通信システムへの干渉妨害を避けるため、また混変調雑音が信号に及ぼす影響を軽減するために、入力信号の性質いかんによらず信号スペクトラムの尖頭値をある規定値以下に抑えることが義務づけられている。⁽³⁶⁾しかるに、近い将来導入が予想されるP S K - T D M A方式を始めとするデジタル通信システムに対しては何らスペクトラムを拡散するための対策が準備されていなかった。

本章は、以上の背景を考慮して、筆者が新たに開発したデジタル信号に対するスペクトラム拡散技術及びその効果を論じたものである。すなわち、まず4.1節において関連諸技術を述べ、4.2節においてスペクトラム拡散技術の提案を行ない、かつP S K / T D M Aシステムに適用した場合の装置の構成を論じている。次に、4.3節では、本スペクトラム拡散技術を採用した場合の受信誤同期確率及びその軽減対策を述べ、4.4節において拡散効果に関する理論的考察を行なっている。

4.1 背景技術

4.1.1 F M多重電話信号に対するスペクトラム拡散技術

現在、国際衛星通信システムにおいて商用に供されている周波数分割多重電話信号は、4～12 kHzに打ち合せ回線、12 kHz以上に音声ベースバンドグループを配列する構成になっており、0～4 kHz帯は使用されていない。F M多重電話信号に対するスペクトラム拡散とは、この0～4 kHz帯に拡散信号を付加して搬送波の電力スペクトルのピーク値を抑圧しようとするものであり、図4.1は拡散装置の構成を示している。⁽³⁶⁾

通常、多重電話信号の電力スペクトルは、多重数が12～240 chの範囲内では、全負荷状態で正規分布に近づくことが知られている。一方、軽負荷時あるいは無負荷時には電力スペクトルに全負荷時よりも大きな

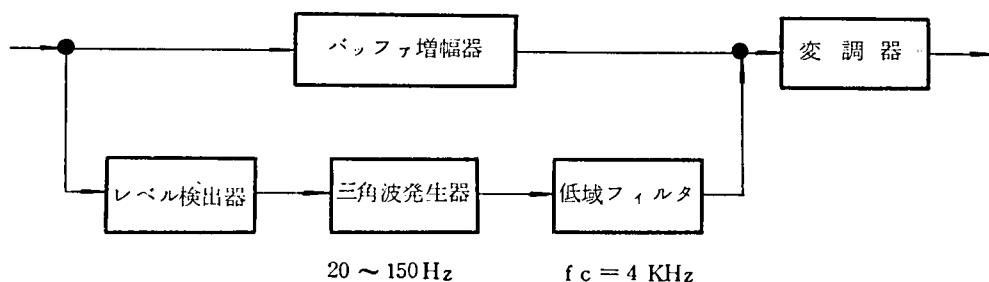


図 4.1 FM多重電話用スペクトラム拡散装置の構成図

ピークが生じる。そのため、国際商用衛星通信機構においては、繰り返し周期が $20 \sim 150 \text{ Hz}$ の拡散信号を必要に応じてベースバンドの $0 \sim 4 \text{ kHz}$ 帯に加え、多重電話信号の負荷状態いかににかかわらず、常に電力スペクトルの尖頭値を全負荷時のそれに対して 2 デシベル の範囲内で等しくすることが各送信地球局に対して義務づけられている。この際、拡散信号としては、正弦波、三角波等が考えられるが、電力スペクトルのエネルギー密度をできるだけ一様にするために通常対称三角波が用いられている。

FM 多重電話信号の場合には、このように、 $0 \sim 4 \text{ kHz}$ 帯が空周波数帯であるために、それに適当な信号を挿入することによって電力スペクトルを拡散することが可能である。一方、デジタル通信系においては、情報伝送のためにベースバンド帯の全周波数が使用されているとみなさなければならない。したがって、従来の FM 多重電話信号用のスペクトラム拡散技術を適用できないという問題がある。

4. 1. 2 スクランプル技術

デジタル情報伝送系においては、符号間干渉の抑圧、同期安定化、回線監視等の目的で、情報符号系列に何らかの処理をほどこして伝送符号系列をつくるのがしばしば行なわれている。このうち、特にスペクトラム拡散技術に関連が深いものとして、情報符号系列を Scramble (かき混ぜる) して、伝送符号系列をつくる方法がある。⁽⁹⁾ この際、情報符号系列を Scramble する回路を Scrambler、伝送符号系列から元情

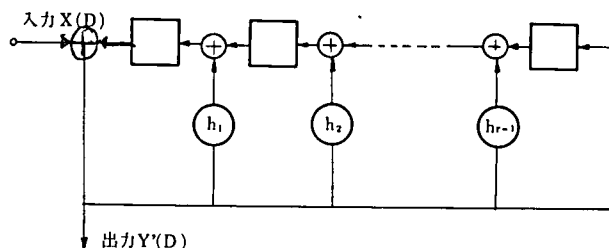
報符号系列を再現する回路を Descrambler と呼んでいる。図 4. 2 に代表的な Scrambler および Descrambler の基本回路構成例を示す。

以下に、図 4. 2 に示された回路による符号変換法について論じ、この方法をスペクトラム拡散技術として用いた場合の問題点を明らかにする。

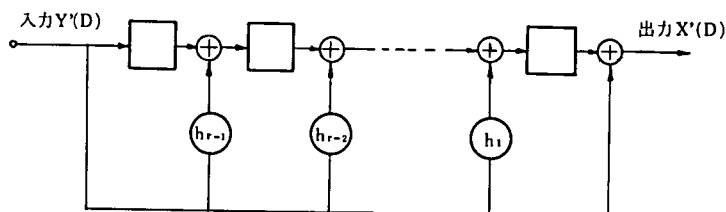
図 4. 2 (a) の Scrambler は、割り算回路と呼ばれるものであり、これによって情報符号列が伝送符号列に変換される。一方、図 4. 2 (b) の Descrambler は、掛算回路とも呼ばれており、Scrambler と逆の操作によって伝送符号系列から元情報符号系列を再現する。これらの回路における信号処理過程を数学的に表現すれば以下になる。⁽³⁸⁾

まず、図 4. 2 (a) に示した r 段シフトレジスタよりなる線形理論演算回路の入力符号系列 (X_0, X_1, X_2, \dots) 及び出力符号系列 (Y_0, Y_1, Y_2, \dots) に対応する多項式 $X(D)$ 及び $Y(D)$ をそれぞれ次式で与える。

$$X(D) = X_0 + X_1 D + X_2 D^2 + \dots \quad (4.1)$$



(a) Scrambler



(b) Descrambler

図 4. 2 Self Scrambler の構成図

ただし、 \oplus は Exclusive Or 回路

\square は Delay Unit を示す。

$$Y(D) = Y_0 + Y_1 D + Y_2 D^2 + \dots \quad (4.2)$$

ただし、

$$X_i, Y_i = 1 \text{ or } 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

D ; 遅延素子

次に、端子係数 (h_1, h_2, \dots, h_r) に対応する多項式を $h(D)$ とする。

$$h(D) = h_0 + h_1 D + h_2 D^2 + \dots + h_r D^r \quad (4.3)$$

ただし、

$$h_0 = h_r = 1$$

$$h_k = 1 \text{ or } 0 \quad (k = 1, 2, \dots, r-1)$$

さらに、シフトレジスタの初期状態を示すベクトルに対応する多項式を次式で与える。

$$V(D) = V_0 + V_1 D + V_2 D^2 + \dots + V_r D^{r-1} \quad (4.4)$$

ただし、

$$V_k = 1 \text{ or } 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, r-1)$$

このとき、図 4.2 (a) の回路の $X(D)$, $V(D)$, $h(D)$ と $Y(D)$ との関係は次式で与えられる。⁽³⁸⁾

$$Y(D) = \frac{X(D) + V(D)}{h(D)} \quad (4.5)$$

式 (4.5) は、図 4.2 (a) の回路が割り算回路であることを示しており、右辺分子第 2 項はシフトレジスタの初期状態の影響を表わしている。

次に、図 4.2 (b) に示した線型論理演算回路の入出力信号の関係を示す。

まず、入力符号系列、出力符号系列及びシフトレジスタの初期状態に対応する多項式 $Y'(D)$, $X'(D)$ 及び $V'(D)$ をそれぞれ次式で与える。

$$Y'(D) = Y'_0 + Y'_1 D + Y'_2 D^2 + \dots \quad (4.6)$$

$$X'(D) = X'_0 + X'_1 D + X'_2 D^2 + \dots \quad (4.7)$$

$$V'(D) = V'_0 + V'_1 D + V'_2 D^2 + \dots + V'_r D^{r-1} \quad (4.8)$$

ただし、

$$Y'_i, X'_i, V'_i = 1 \text{ or } 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

端子係数に対応する多項式を式 (4.3) の $h(D)$ としたとき、図 4.2 (b)

の回路の入力 $Y'(D)$ 、出力 $X'(D)$ の関係は次式で与えられる。

$$X'(D) = h(D)Y'(D) + V'(D) \quad (4.9)$$

式(4.9)の右辺第1項は、図4.2(b)の回路が掛算回路であることを示しており、右辺第2項はシフトレジスタの初期状態を表わしている。

ここで、図4.2(a)の出力符号列 $Y(D)$ と、図4.2(b)の入力符号列 $Y'(D)$ との関係を次式で表わす。

$$Y'(D) = Y(D) + e(D) \quad (4.10)$$

ただし、

$$e(D) = e_0 + e_1 D + e_2 D^2 + \dots \quad (4.11)$$

$$e_i = 1 \text{ or } 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.12)$$

ここに、 $e(D)$ は伝送路における符号誤りに対応する多項式であり、 $e_i = 1$ ならば、 i 番目の符号が伝送上で誤ったことを意味している。

式(4.10)を式(4.9)に代入し、さらに式(4.5)を用いて $Y(D)$ を消去すれば、図4.2(b)の出力符号列 $X'(D)$ と図4.2(a)の入力符号列 $X(D)$ との関係は次式のようになる。

$$X'(D) = X(D) + h(D)e(D) + \{V(D) + V'(D)\} \quad (4.13)$$

式(4.13)において、右辺第2項は、伝送路における符号誤りによる影響を示しており、第3項 $\{V(D) + V'(D)\}$ はシフトレジスタの初期状態の影響を表わしている。

すなわち、図4.2に示したような割り算回路と掛算回路によって行うScramble法は、次の点で問題があるといえることができる。

- ① 伝送路において、 i 番目の符号 Y_i が誤った場合、受信符号誤りに対する影響は、 i 番目の符号から $i+r$ 番目の符号にまで及ぶ。
- ② シフトレジスタの初期状態の影響が、 D 項から D^{r-1} 項にまで及ぶ。

伝送路が高品質で、かつ連続的に符号を伝送しているような通信系においては、上記(i)および(ii)はそれほど大きな問題ではなく、フレーム同期をとる必要がなく、回路構成が簡単であるという利点を考慮すれば優れた方式と云える。しかしながら、衛星通信系に用いられるPSK/TDMA方式のような場合には、情報が断続的に伝送されること及び伝送路誤り

が無視できないこと等を考慮すれば、上記①及び②の影響は重大であり、このような Scramble 技術をそのままスペクトラム拡散のために適用するには問題がある。

4.1.3 擬似雑音系列

PN 系列 (Psuedo-Noise Sequences ; 擬似雑音系列) としては、① M 系列、② Legendre 系列、③ Hall 系列、④ 双子素数系列などが良く知られているが、⁽⁴⁰⁾ ここでは、その発生方法が容易でかつ雑音特性の点で優れており、4.2 で示すスペクトラム拡散方式で採用している M 系列を対象として、その一般的性質及び発生方法について述べる。

(1) PN 系列の一般的性質

一般に、PN 系列は以下に示すような性質を有している。⁽³⁹⁾

① 周期性 (Periodicity)

周期系列である。特に M 系列の場合は、 $(2^n - 1)$ の形の周期を持つ。

② 均一性 (balance property)

1 周期内において、“0” の出現回数と “1” の出現回数はたかだか 1 しか変わらない。

③ 連なり性 (run property)

1 周期内において、“0” あるいは “1” が連続 k 個連なる確率は $1/2^k$ である。

④ 自己相関性 (autocorrelation property)

同一の PN 系列から、任意の異なる 1 周期分を取り出して重ね合せて比較したとき、一致する要素の数と不一致要素の数との差は高々 1 である。

上記②、③及び④は、PN 系列がランダム系列としての性格を有していることを示している。一方、①は、周期性という、真のランダム系列にはあり得ない性質を規定している。つまり、PN 系列は、雑音的な性質と非雑音的な性質とを併せ持っていると言える。

(2) M系列の発生法⁽⁴⁰⁾

周期 $p = 2^n - 1$ のM系列 $\{a_i\} = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_{p-1}, a_0, a_1, \dots)$ は次に示される n 次線形回帰方程式により生成される。

$$a_i \equiv \sum_{\ell=1}^n h_{\ell} a_{i-\ell} \pmod{2}, \quad i = n, n+1, \dots \quad (4.14)$$

ただし、初期値 $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$ は、すべてが“0”である場合を除けば任意に“0”または“1”を与えてよい。また n 個の定数 h_1, h_2, \dots, h_n は、次に示されるような n 次原始多項式 $f(x)$ の係数である。

$$f(x) = \sum_{\ell=0}^n h_{\ell} x^{\ell} \quad (4.15)$$

ただし、

$$h_0 = h_n = 1$$

$$h_{\ell} = 1 \text{ or } 0 \quad (\ell = 1, 2, \dots, n-1)$$

ところで、式(4.14)の演算は、図4.3に示すようなフィードバック付 n 段シフトレジスタによって実現可能である。

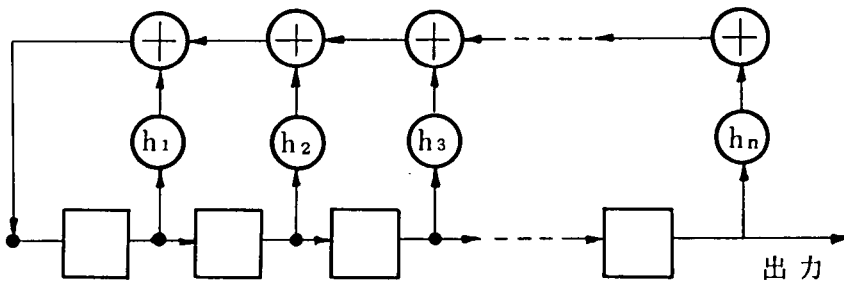


図4.3 M系列発生回路

ただし、 \oplus は Exclusive Or 回路、
 \square は Delay Unit を示す

図4.3において、端子係数 $(h_0, h_1, h_2, \dots, h_n)$ は、式(4.15)からも明らかなように、 n 次原始多項式の係数に相当している。表4.1は、シフトレジスタの段数 n が3~15について、原始多項式の一覧を示したものである。

同表には、原始多項式 $f(x)$ の係数 ($h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$) を h_0 のほうから 3 桁ずつ区切り、その各々の 3 桁の 2 進数を 8 進数に変換したものを示している。

なお、 $f(x)$ が原始多項式であれば、これらの係数を逆向きにして得られる多項式 $g(x)$ もまた原始多項式であり、この $g(x)$ により生成される M 系列は、 $f(x)$ による M 系列を逆向きに並べたものになる。

表 4.1 原始多項式係数表⁽⁴⁰⁾

次数	周期	係 数 (8 進表示)
3	7	13,
4	15	23,
5	31	45, 67, 75,
6	63	103, 147, 155,
7	127	203, 211, 217, 235, 277, 313, 325, 345, 367,
8	255	435, 453, 537, 543, 545, 551,
9	511	1021, 1055, 1131, 1157, 1167, 1175,
10	1023	2011, 2033, 2157, 2443, 2745, 3471,
11	2047	4005, 4445, 5023, 5263, 6211, 7363,
12	4095	10123, 11417, 12515, 13505, 14127, 15053,
13	8191	20033, 23261, 24623, 30741, 32535, 37505,
14	16383	42103, 51761, 55753, 60153, 71147, 67401,
15	32767	100003, 110013, 120265, 133663, 142305, 164705,

4.2 提案方式⁽²⁵⁾

4.2.1 方式の概要

まず、提案しているデジタル変調波に対するスペクトラム拡散方式の概略について述べる。

送信部および受信部に同一特性を有する PN 系列発生器と排他論理和回路 (mod-2 Adder) を設け、送信部では情報符号系列と PN 系列とを排他論理和回路にて合成して伝送路符号を作成する。一方、受信側では、受信した伝送路符号と PN 系列とを排他論理和回路で合成することによって元情報符号系列を再現する。この際、送信部における情報符号系列と PN 系列との同期、受信部における受信伝送路符号系列と PN 系列との同期

のためには既存のクロックを、また送信部および受信部のPN系列発生器の起動用信号としては、既存のフレームタイミング信号を用いる。図4.4は本スペクトラム拡散法の基本概念を示したものである。

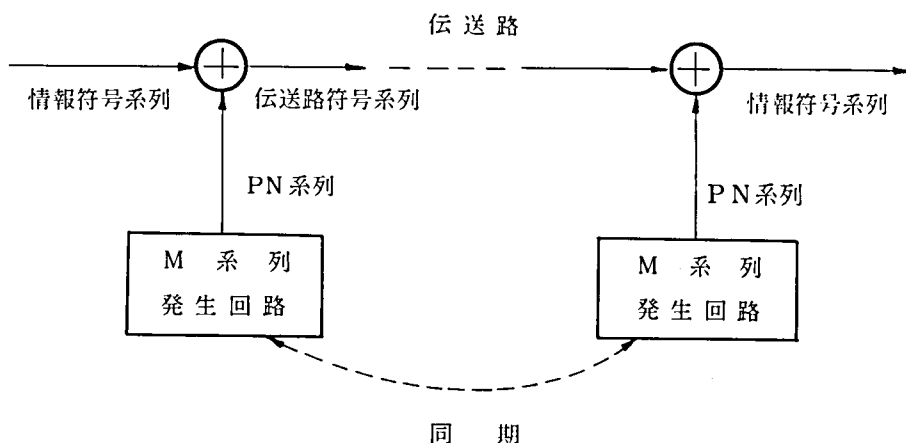


図 4.4 PN-Scrambler の概念

このようなスペクトラム拡散方式は、情報符号系列を Scrambler して伝送路符号系列を作成するという意味で一種の Scrambler と呼ぶことができよう。そこで、筆者は、4.1.2 で概説した既存の Scrambler を Self-Scrambler、PN 系列による Scrambler を PN-Scrambler と名付けた。⁽⁴¹⁾

次に、PN-Scrambler をスペクトラム拡散のために用いることの利点を整理すれば、以下ようになる。

- (i) スペクトラム拡散効果が大きい。
- (ii) 回路構成が極めて簡単である。
- (iii) 伝送品質の劣化が無い。
- (iv) 情報伝送容量の損失が無い。
- (v) 情報系列のいかにかわらず一括してスペクトラム拡散を実行できる。

特に、上記(iii)に関しては、情報符号系列を Scramble することによって伝送路符号系列がランダム系列に近くなるため、受信側においてクロックの再生が容易になり、Scramble しない場合に比べて、むしろ伝送

品質を向上させることができる。例えば、電々公社で開発されたPCM-100M同軸ケーブルシステムやPCM準ミリ波帯無線中継方式においては、クロック再生の容易さを主目的として、本PN-Scramblerが採用されるに至っている。(42)、(43)

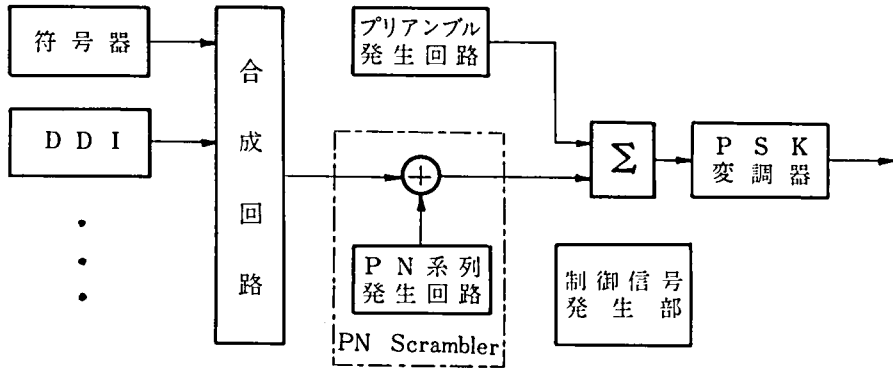
4.2.2 TDMA システムへの適用

図4.5は、PN Scramblerを付加したTDMA装置の構成例を示している。また、図4.6は、代表的なTDMA信号のフレーム構成を示している。これらの図面に従って、TDMA装置における信号の流れを述べれば、以下の通りである。

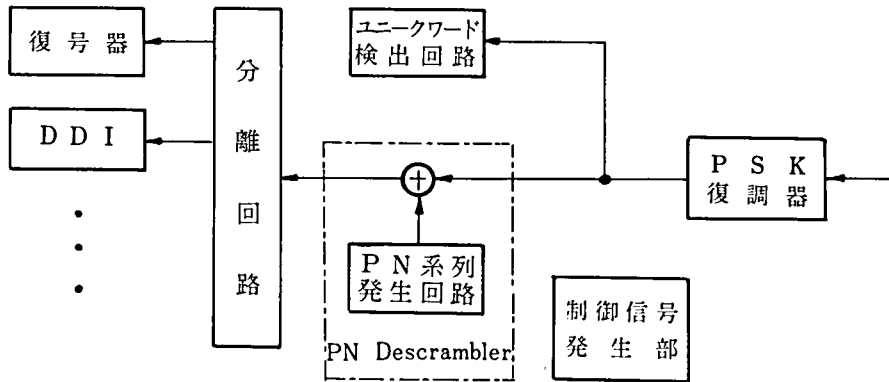
送信部においては、まず、伝送すべき信号は符号器によってPCM化されたりあるいはDDI(Direct Digital Interface)と呼ばれるインタフェース装置⁽⁴⁴⁾によってTDMAシステムに適合した形式の信号が作成される。それらの出力信号は合成器にて時分割的に合成されて伝送すべき情報符号系列となる。次に、情報符号系列はPN系列によってScrambleされた後、その先頭部にプリアンブルと呼ばれる制御用符号系列が付加されて、位相変調されて伝送路へ送出される。

一方、受信側においては、まずPSK復調器で復調された受信符号系列はユニーク・ワード検出回路へ導かれ、プリアンブル部に含まれているユニーク・ワードが検出される。このユニーク・ワードは各TDMA信号の先頭ビットの位置を知るため、つまり受信同期のために必要なものであり、通常毎フレーム同一の符号パターンを有している。受信部のPN系列発生回路は、このユニーク・ワード検出タイミング信号によって起動され、受信符号系列のうちプリアンブル部を除いた部分がPN系列によってDescrambleされ、その結果として元情報符号系列が再現される。その後、復号信号系列は、分離回路によって分離されて復号器やDDI装置に送出される。

図4.5の構成とは若干異なるが、KDD研究所で開発したTDMA装置(TTT装置と呼称)用のPN-Scramblerの試作を行ない、インテルサットⅢ号通信衛星を介してスペクトラム拡散方式に関する衛星実験



(a) 送信部



(b) 受信部

図 4.5 PN Scrambler を付加した TDMA 装置の構成例

を行った。⁽²⁸⁾ 写真 4.1 はスペクトラム拡散を施した場合および施さない場合の PSK 波の電力スペクトルを示している。同写真からも明らかなように、PN-Scrambler を付加したことによってスペクトラムの尖頭値が約 20 デシベル抑圧されており、PN-Scrambler の効果が大きいことを実験

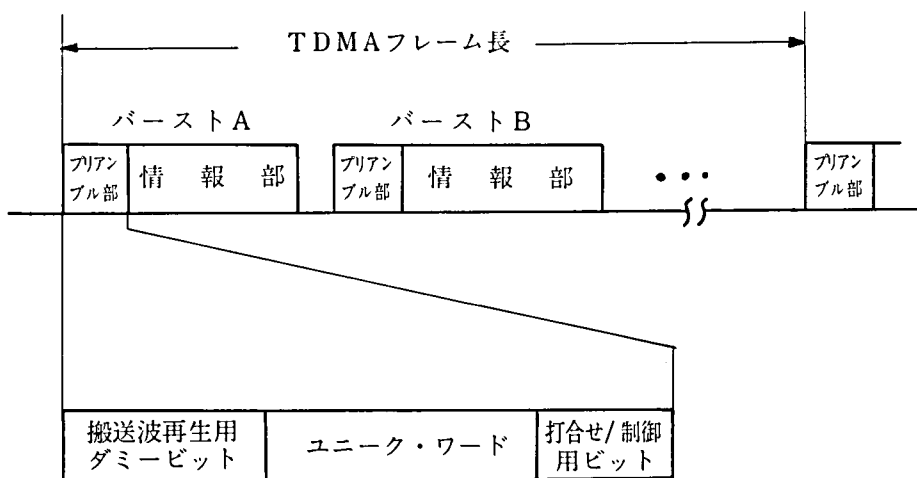


図 4.6 TDMA 信号のフレーム構成例

結果は示している。また、同時に通話品質及び符号誤り率に関する実験を行ったが、当然のことながら、PN Scramblerを付加したことによる劣化は認められなかった。

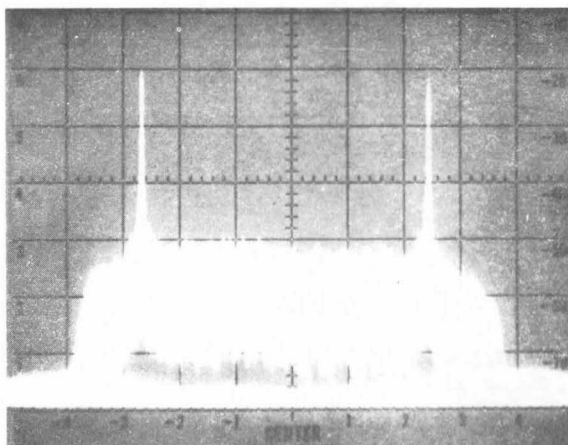
4.3 ユニーク・ワードの誤検出とその対策⁽²⁸⁾

4.3.1 ユニーク・ワードの誤検出

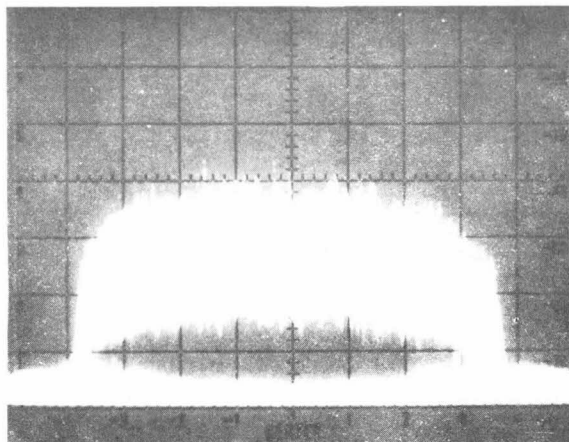
通常 TDMA 方式においては、受信側において予めセットされた符号パターンとユニーク・ワード・パターンとがビット許容誤り数 ϵ の範囲内で一致し、かつ数フレーム続けて一致した場合（これを後方保護と呼ぶ）、受信同期が完了したことになる。ところが、ユニーク・ワードでないタイムスロット群にて受信同期状態に入ることがある。ここでは、これを受信誤同期と呼ぶことにする。

受信情報符号系列がランダム符号列であるとき、フレーム中ある特定の n ビット長のタイム・スロットにおけるこの受信誤同期確率 $P(\epsilon, n)$ は近似的に次式で与えられる。

$$P(\epsilon, n) \cong \left\{ \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{\epsilon} \binom{n}{i} \right\}^m \quad (4.16)$$



(a) 拡散を施さぬ場合



(b) 拡散を施した場合

写真 4.1 スペクトラム拡散を施さぬ場合と施した場合の搬送波スペクトラムの実験結果
ただし、横軸／目盛 5MHz、
縦軸／目盛 10dB

ただし、 n はユニーク・ワード長、 m は後方保護フレーム数を示している。

式 (4.16) において、TTT 方式を例にとって例えば $m = 4$ 、 $n = 20$ 、 $\epsilon = 2$ とすれば、 $P = (2 \times 10^{-4})^4$ となり、これは十分小さな値であり、ユニーク・ワードの誤検出は無視することができる。

一方、PN Scramblerを採用した場合、情報系列のフレーム相関が強いと毎フレームにわたって同じ位置に同じパターンが生じることが多くなる。そのため、後方保護は特に意味がなくなり、ユニーク・ワードの受信誤同期確率 $P'(\epsilon, n)$ は近似的に次式のようになる。

$$P'(\epsilon, n) \cong 1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{\epsilon} \binom{n}{i} \right\}^N \quad (4.17)$$

ただし、 N は PN 符号列の繰り返し周期を示す。

式 (4.17) において、例えば $N=255$ 、 $n=20$ 、 $\epsilon=2$ とすれば、 $P'(\epsilon, n) \cong 0.05$ となり、前述の $P(\epsilon, n)$ に比べて、受信誤同期確率は極めて大きくなる。

このような誤同期確率は、ユニーク・ワード・パターンおよび受信同期方式と密接に関係している。図 4.7 は、ユニーク・ワードと PN 系列との間の符号間距離の一例を示している。同図は、ユニーク・ワード (20 ビット長) が図中に示されたパターンをとるとして、このユニーク

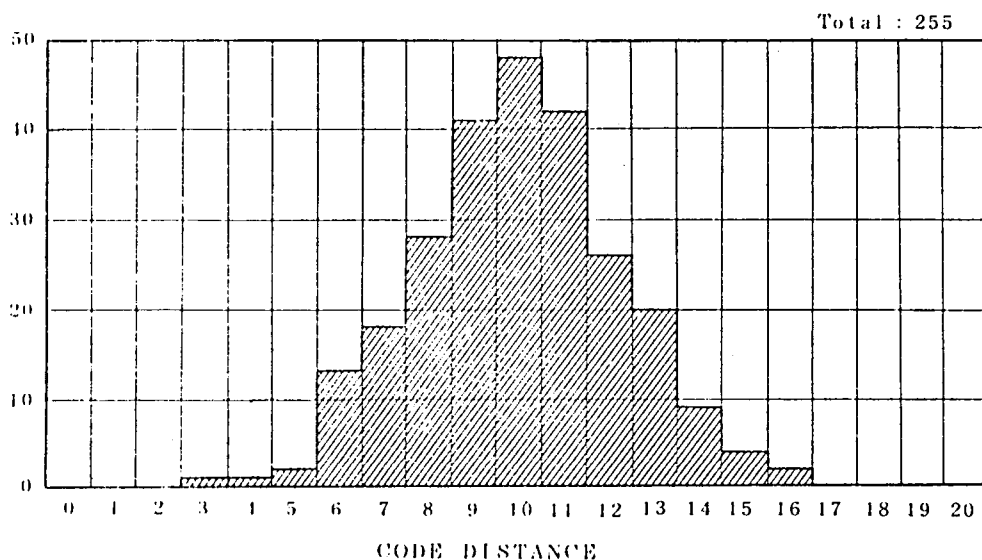


図 4.7 PN 系列の部分パターンとユニーク・ワード・パターンとの間の符号間距離の一例

ただし UW Pattern;(20bits)1110 110 1111000 100000
PN Pattern;255bits Repetition

ク・ワードと 255 ビット繰り返し周期の P N 系列の 20 ビット長の部分パターンとの符号間距離を示すものであり、この場合、情報符号系列が all 0 のとき伝送符号系列が P N 系列と等しくなるので、ビット許容誤り数 ϵ が 3 以上ならばユニーク・ワードの誤検出が常におこる状態にあるといえることができる。

4.3.2 受信誤同期の除去対策

ユニーク・ワードの誤検出を避けるための対策として、大別して以下の 2 通りの方法が考えられる。

- (a) P N 系列発生回路に適切な操作を加える方法
- (b) ユニーク・ワード・パターンあるいは受信同期方式に適切な操作を加える方法

まず、(a)としては、

- (i) マルチフレーム同期信号（複数のフレームを周期とする同期信号）で同期をとり、毎フレーム P N 系列の初期状態を変える方法、
- (ii) フレーム毎に P N 系列の極性を変える方法、
- (iii) P N 系列のビット・レートを情報ビットのその整数分の 1 と低くする方法、

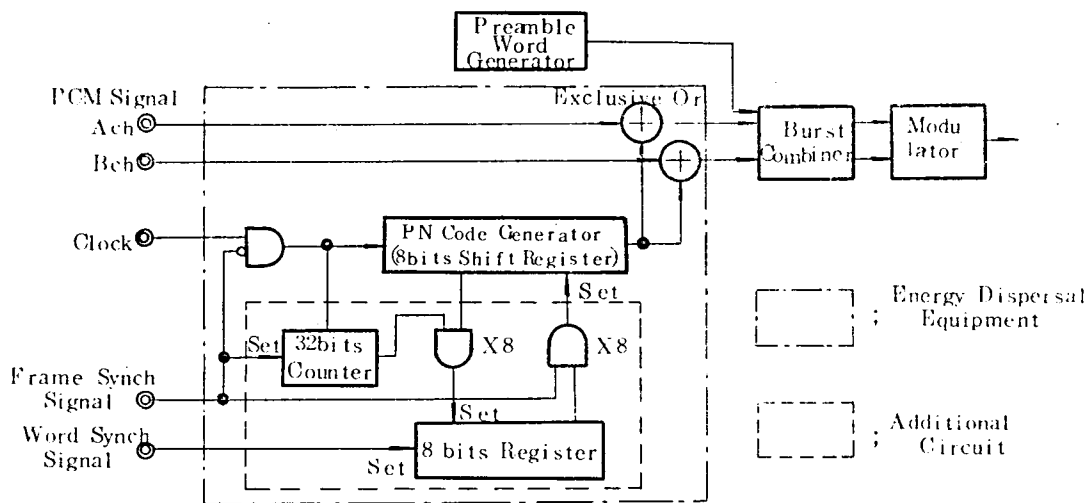
等が考えられる。

一方、(b)としては、

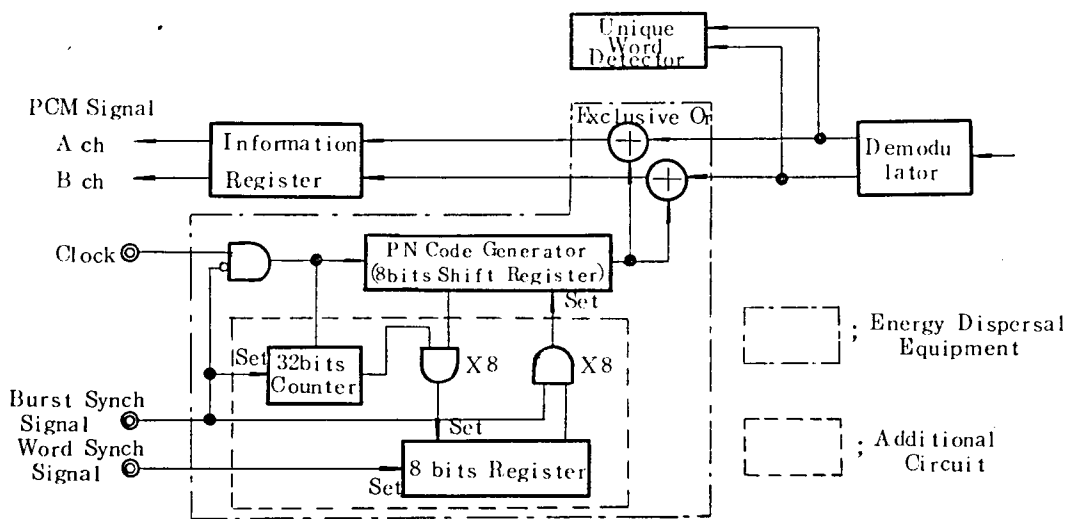
- (iv) ユニーク・ワードの極性を周期的に反転させ、かつその周期を同期に入る確認の保護時間より短かくする方法、
- (v) ユニーク・ワード・パターンを P N 系列に含まれないパターンとし、かつ ϵ の値を小さくする方法、

等が考えられる。

上記いずれの方法も、追加装置がそれほど多くなく、実現可能である。図 4.8 は、(i)の方法を用いた場合のスペクトラム拡散装置の構成例を示している。



(a) 送信部の構成



(b) 受信部の構成

図 4.8 毎フレーム初期状態を変える
スペクトラム拡散装置の構成例

4.4 スペクトラム拡散効果

4.4.1 一般的考察

4.2で示したスペクトラム拡散方式においては、情報符号系列のいかんにかかわらず搬送波の電力スペクトルを常にランダム系列時のスペクトルに近い状態に保つためにPN系列を用いてスクラングルする方法を採っている。したがって、ここでは、まずPN系列の電力スペクトルを示し、次に連続状のPSK波及びPSK/TDMA波を対象として、スクランブルすることの効果論じる。

(1) PN系列の電力スペクトル

ランダムな伝送符号系列によって変調されたPSK波の電力スペクトルは、既に良く知られているように、次式で表わされる。⁽⁴⁵⁾

$$W(f) = T \left\{ \frac{\sin \pi (f - f_c) T}{\pi (f - f_c) T} \right\}^2 \quad (4.18)$$

ただし、

T ; 単位パルス長

f_c ; 搬送波周波数

次に、PN系列によって変調された搬送波の電力スペクトルについては、その包絡線は、PN系列が雑音的な性格を有しているので、式(4.18)に等しくなる。一方、PN系列は周期性を有しているために、その電力スペクトルは多数の線スペクトルの集合となる。すなわち、PN系列の繰り返し周期を N (ビット)としたとき、その変調波電力スペクトルは次式となる。⁽⁴⁰⁾

$$W(f) = \begin{cases} \frac{1}{N^2} & n=0 \\ \frac{N+1}{N^2} \left\{ \frac{\sin \pi (f - f_c) T}{\pi (f - f_c) T} \right\}^2 \delta \left(f - f_c - \frac{n}{NT} \right) & n \neq 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

式(4.19)より明らかなように、電力スペクトルのピークは、搬送波周波数の近傍で生じ、かつ、その大きさは、PN系列の繰り返し周期 N が大きいとき、約 $1/N$ となる。

(2) 連続P S K波に対する拡散効果

通常、無線通信系においては、各送信波の電力スペクトルは、4kHz当りのエネルギー密度がある値を越えないようにと規定されている。⁽⁴⁶⁾

そこで、スペクトラム拡散効果を表わす指標Dをここでは次式で定義する。

$$D = 10 \log \frac{(\text{搬送波全エネルギー})}{(4\text{kHz 当りの最大エネルギー密度})} \quad (4.20)$$

式(4.20)の定義に従えば、情報符号系列がall 0あるいはPN系と無相関な場合、伝送符号列がPN系列あるいはランダム系列となるので、式(4.18)あるいは式(4.19)よりDは近似的に次式で与えられる。

$$D \cong \begin{cases} 10 \log N & ; N \leq (1/4000 \times T) \\ 10 \log (1/4000 \times T) & ; N > (1/4000 \times T) \end{cases} \quad (4.21)$$

図4.9は、式(4.21)の上式を図で示したものであり、拡散効果係

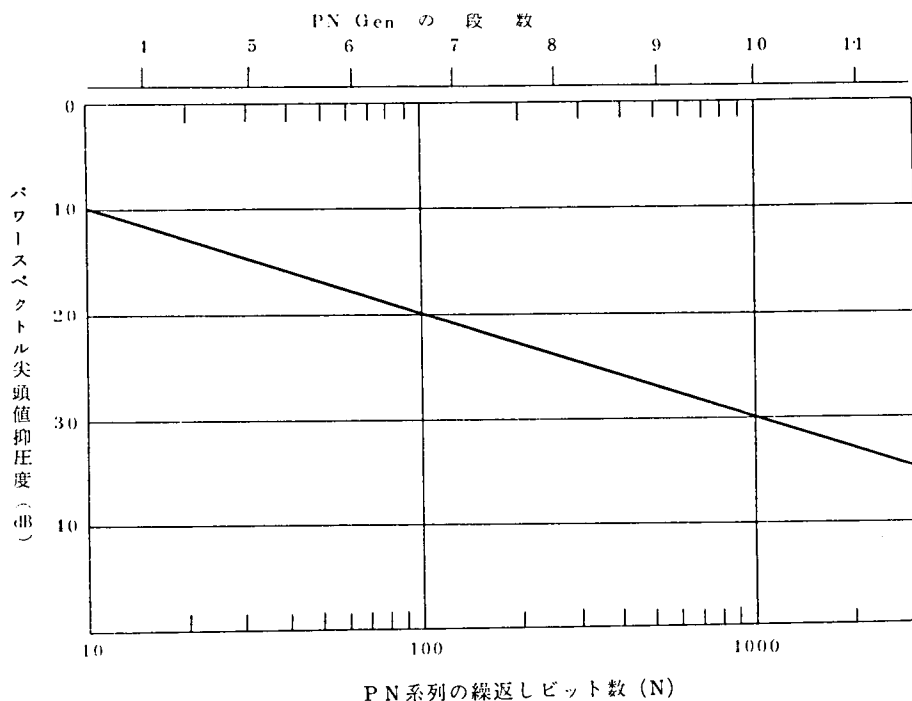


図 4.9 PN 系列の繰返しビット数に対する
パワースペクトル尖頭値抑圧度

数 D が与えられれば、それを満たすための N の値を知ることができる。
 ただし、 PN 系列の長さ ($N \times T$) が $250 \mu \text{sec}$ よりも長くなれば、
 式 (4.21) の下式を適用しなければならないので、 N を長くしても拡
 散効果が向上しないことに注意すべきである。

次に、情報符号系列が零でない時には、統計的にみて情報符号系列
 と PN 系列とのパターンが部分的に一致することがあり、この場合、
 スペクトラム拡散効果は、式 (4.21) で得られた値に確率的な変動量
 を加味して考慮しなければならない。

なお、この確率の変動量に関しては 4.4.2 で詳しく論じている。

(3) PSK/TDMA 波に対する拡散効果

TDMA 波に対するスペクトラム拡散効果は、 PN 系列の長さ、
 TDMA バーストの長さ、バースト数、スペクトラム拡散の実現方法
 等によって異なるが、ここでは、図 4.10 に示したように、全てのバ
 ーストの長さが等しく、かつ各バースト長は $250 \mu \text{sec}$ よりも短く、更
 に各バーストに対して毎フレーム同じパターンの PN 系列によってス
 ペクトラム拡散が行なわれると仮定する。また、スクランブラは、各

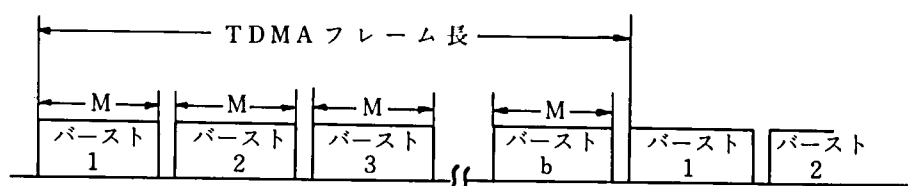


図 4.10 モデル化した TDMA 信号波形

バーストの情報部のみに施されるが、プリアンブル部の長さは情報部
 の長さに比べて無視できる程度に短いと仮定する。

このような仮定のもとでは、 PN 系列の長さが、各バースト長 M よ
 り短いとき、拡散効果係数 D は次式で与えられる。

$$D \cong 10 \log N + 10 \log b - K \quad (4.22)$$

一方、 N が M より大きいとき、 D は次式となる。

$$D \cong 10 \log M + 10 \log b - K \quad (4.23)$$

ただし、

N ; PN 系列の周期(ビット)

M ; バースト長(ビット)

b ; バースト数

K ; 拡散効果に対して与えるマージン

式(4.22)及び式(4.23)より明らかなように、 K の項を考慮に入れなければ、バースト数 b が増すほど拡散効果係数 D は大きくなる。

したがって、 $b = 1$ つまり連続 PSK 波における拡散効果が保障されれば、自動的に $TDMA$ 波に対する拡散効果が保障されることになる。

4.4.2 拡散効果の確率的変動

式(4.22)及び式(4.23)において、 K は、スペクトラム拡散効果の減少する程度を与える確率的変動項であり、この値は、①バースト長と PN 系列の周期との不一致による影響、②各バーストの搬送波の周波数差及び位相相関による影響、及び③ PN 系列と情報系列との部分的なパターンの一致による影響を考慮することによって決定できる。

ここでは、これら各要因についての一般的評価を行い、次に、これらのうち最も影響が大きいと思われる第③項の影響について確率的な概念を導入して論じる。

(1) 一般的評価

① バースト長と PN 系列周期長との不一致による影響

これは、バースト長 M と PN 系列の周期 N とが一致しないために、拡散後の伝送路符号系列がランダム的でなくなることによる影響である。しかしながら、この影響は、 PN 系列の周期及び初期値を適当に選べば十分小さくできる。例えば、図4.11は、 $(2^{10} - 1)$ PN 系列を例にとり、搬送波周波数における電力スペクトル密度が部分 PN 系列の長さ M とともにどのように変化してゆくかの計算結果を示したものである。この図に示されている例においては、例2の初期値の場合部分 PN 系列の長さいかにかわらず電力スペクトル密度を $1/M$ で評価すれば十分であることがわかる。

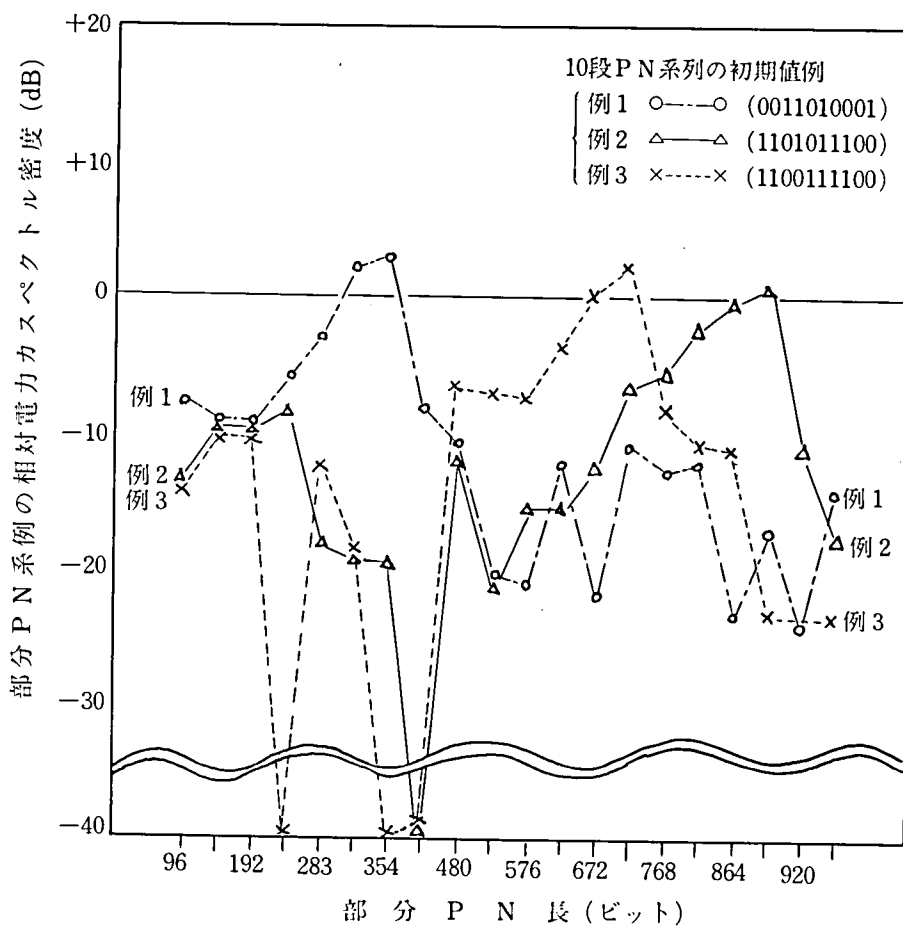


図 4.1.1 部分PN系列の電力スペクトル密度の例
ただし、縦軸は $1/M$ を 0 dB としている

すなわち、本項の影響は、PN系列の長さがバースト長に比べて数倍以下の時には、PN系列の作り方を工夫することによって十分小さくすることができる。

⑪ 各バーストの搬送波の周波数差及び位相相関による影響

まず、各TDMAバーストの搬送波の周波数が互いに完全に等しい場合、異なる搬送波間の位相相関によって、拡散効果は減少する。つまり式(4.22)あるいは式(4.23)は完全に無相関な場合を対象

とした式であるが、実際には、ある確率でもって相関があるとみなさなければならない。図 4.1 2 は、この相関による拡散効果の低下の程度とバースト数との関係の計算機シミュレーション結果を示したものである。同図から明らかなように、本項の影響は、もしも全ての T D M A バーストの搬送波の周波数が完全に一致している場合には無視できなくなり、例えば 99 % の確率で拡散効果を保障するためには、式 (4.2 2) 及び式 (4.2 3) の K の値を約 6 dB とする必要がある。

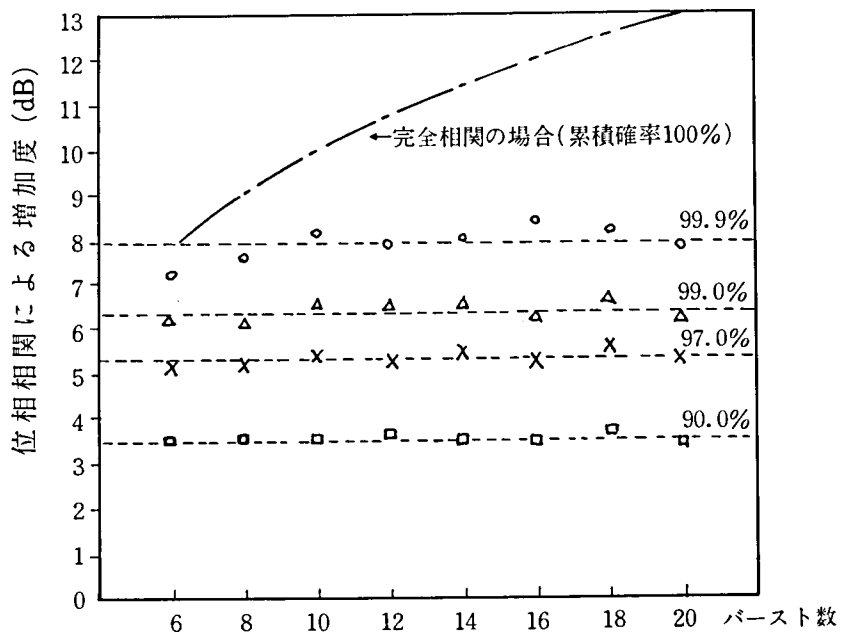


図 4.1 2 各バーストの搬送波位相相関による電力スペクトル密度の増加度

ただし、縦 軸：相関のある場合の電力スペクトル

対無相関の場合の電力スペクトル (≡平均値) 比(dB)

横 軸：1 フレーム中のバースト数

パラメータ：累積確率

○..... 99.9 %

△..... 99.0 %

×..... 97.0 %

□..... 90.0 %

一方、各T D M Aバーストの搬送波の周波数が互いに少しでもずれている場合には、各搬送波の周波数スペクトルは互いに無相関となるので、その自乗和によって電力スペクトルを求めることができ、結局本項の影響は無視することができる。

なお、現在考えるT D M Aシステムにおいては、各バーストの搬送波の周波数が数100Hz以上ずれているのが普通であり、この場合には本項の影響を考慮する必要がない。

③ P N系列と情報系列とのパターン相関による影響

P N系列と入力情報系列との間に部分的なパターンの一致が生じると、電力スペクトルは平均値から増加する。この増加の程度は、スペクトラムを観測する時間の長さ、つまり観測時間長によって異なる。また、情報系列が強いフレーム相関を有している場合には、同一パターンの符号系列が毎フレーム生じることになり、その影響は極めて大きなものとなる。

なお、この影響については次の(2)で詳しく論ずることにする。

(2) 電力スペクトル密度の確率的変動⁽²⁹⁾

通常、伝送路符号系列がランダムな場合、電力スペクトル密度の最大値は搬送波周波数を中心とする4kHz帯域のところで生じる。そこで、ここでは、搬送波周波数を中心として4kHz帯域の電力スペクトル密度を対象として、以下のような手法でその確率的な変動に関する理論的考察を行う。

すなわち、情報符号系列がP N系列でScrambleされたことにより伝送路符号系列において、無限大時間みたとき“0”と“1”とが等確率で生じるが、実際には有限時間長でスペクトラムの観測が行なわれるものと仮定する。この場合、“0”と“1”との現われる数は必しも一致しない。そこで、まず、“1”の出現確率を p としたときの電力スペクトル密度を与える計算を導く。次に、“1”と“0”との出現確率のかたよりを考慮して、電力スペクトル密度が平均値（完全なランダム系列のスペクトル密度）の Z_0 倍以下であるような累積確率

$\text{Prob}(Z \leq Z_0)$ を求める。このとき、 Z_0 の値が $\text{Prob}(Z \leq Z_0)$ でもって拡散効果を低下させる量を与えると考えることができる。

(a) 確率的変動を考慮した電力スペクトル密度

伝送符号系列において、“1”が現われる確率を p としたとき、そのベースバンド電力スペクトル $W_p(f)$ は、次式で与えられる。⁽⁴⁵⁾

$$W_p(f) = \frac{1}{T} p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 + \frac{1}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |p G_1\left(\frac{m}{T}\right) + (1-p) G_2\left(\frac{m}{T}\right)|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \quad (4.24)$$

ただし、

$$G_1(f) = -G_2(f) = T \left\{ \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right\} \quad (4.25)$$

式(4.24)において、右辺第1項は連続スペクトル成分を第2項は線スペクトル成分を表わしており、 $p = 1/2$ の時には第2項は零となる。

変調波の電力スペクトル $W'_p(f)$ は、上式の周波数 f を f_c だけ平行移動することによって、次式となる。

$$W'_p(f) = 4Tp(1-p) \left\{ \frac{\sin \pi (f - f_c) T}{\pi (f - f_c) T} \right\}^2 + (1-2p)^2 \delta(f - f_c) \quad (4.26)$$

したがって、搬送波周波数 f_c を中心とした4kHz帯域の電力スペクトル密度 W_0 は次式となる。

$$W_0 \cong 16,000 Tp(1-p) + (1-2p)^2 = 4,000 T \left(1 - \frac{x^2}{N_0}\right) + \frac{x^2}{N_0} \quad (4.27)$$

ただし、

$$x = 2 N_0 \left(p - \frac{1}{2}\right) \quad (4.28)$$

N_0 ; スペクトル観測時間長 τ 内に含まれるビット数

N_0 が十分大きいとき、 $p \cong 1/2$ となるので、式 (4.27) は近似的に次式となる。

$$\begin{aligned} W_0 &\cong 4,000 T + \frac{x^2}{N_0} \\ &= 4,000 T Z \end{aligned} \quad (4.29)$$

ただし、

$$Z = 1 + x^2 / 4,000 \tau \quad (4.30)$$

$$\tau = N_0 \times T \quad (4.31)$$

式 (4.29) において、伝送符号系列がランダム時の電力スペクトル密度を無限時間長観測したとき、 $p = 1/2$ 、 $x = 0$ となり、その際の変調波電力スペクトル密度は、

$$W_0 = 4,000 T \quad (4.32)$$

となる。

式 (4.29) と式 (4.32) とを比較すれば明らかなように、局所的な符号の片寄りによる電力スペクトル密度のランダム時からの増加度は Z となる。したがって、 Z の確率的な値を求めれば、電力スペクトル密度の変動量を知ることができる。

(b) Z の確率的変動

既に良く知られているように、 p の分布は 2 項分布となり、 N_0 が十分大きいときには、平均が $1/2$ 、分散が $1/4 N_0$ の正規分布となる。⁽⁴⁷⁾ したがって、 x の分布は、次式で示す標準正規分布 $f(x)$ となる。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (4.33)$$

式 (4.30) 及び式 (4.33) より、拡散効果の確率の変動量 Z がある値 Z_0 以下であるような確率 $P_{\text{rob}}(Z \leq Z_0)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} P_{\text{rob}}(Z \leq Z_0) &= P_{\text{rob}}(|x| < |x_0|) \\ &= 2 \int_0^{x_0} f(x) dx \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_0} 4,000 \tau (Z_0 - 1) e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (4.34) \end{aligned}$$

ただし、

$$Z_0 = 1 + x_0^2 / 4,000\tau \quad (4.35)$$

結局、式(4.34)を計算することによって、PN系列と情報系列とのパターンの部分相関による拡散効果の確率の変動量を知ることができる。すなわち、式(4.22)及び式(4.23)における拡散効果に対するマージンに相当する項Kは発生確率を指定したとき次式となる。

$$K \cong 10 \log Z_0 \quad (4.36)$$

式(4.34)及び式(4.36)の^計算結果を図4.13に示す。同図より明らかなように、スペクトラムの観測時間長 τ が10m sec以上になるとKの値は十分小さくなるが、観測時間長が1m sec以下では急激に大きくなる。

以上は、観測時間長なる概念を導入したときの拡散効果の確率変動量に関する議論であるが、情報符号系列のフレーム相関が強い場合にも同様の議論ができる。すなわち、この場合には、同一パターンの符

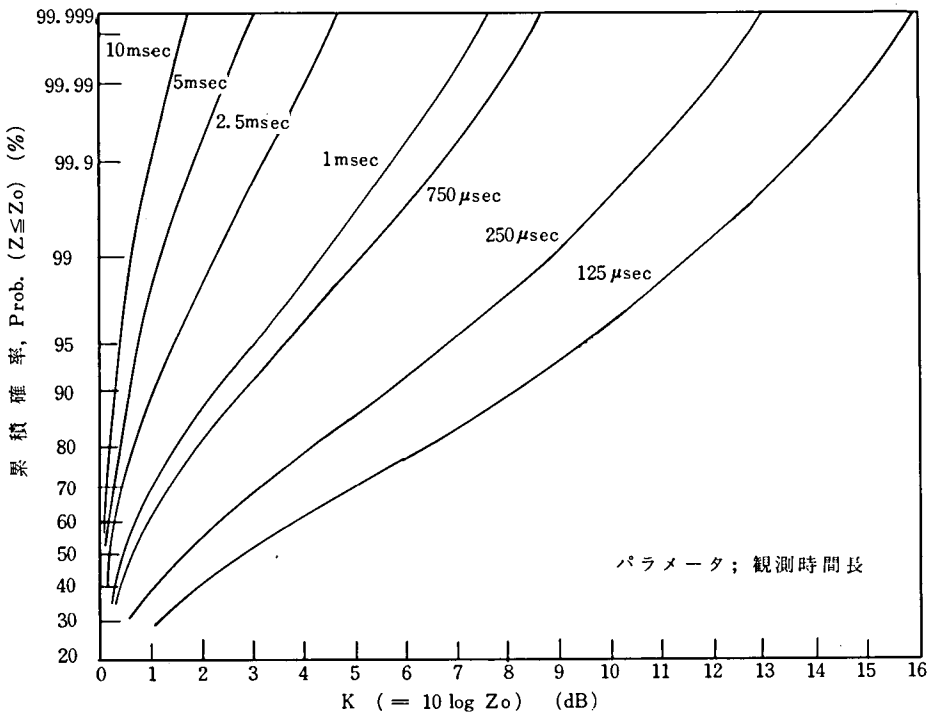


図 4.13 情報系列とPN系列の相関による電力スペクトル密度の増加度とその確率

号系列が毎フレーム生じることになるので、図 4.13 の観測時間長をフレーム長と等しくおくことによって確率の変動量を評価することができる。例えば、フレーム長が $750 \mu \text{sec}$ の時に 99% の確率で拡散効果を保障するためには約 5 dB のマージンを、99.9% 保障のためには、約 7 dB のマージンが必要であると云える。

第5章 非直線特性による信号劣化

衛星通信のように強い非直線特性を有する通信システムにおいては、従来、変調技術としてはほとんどFM方式が採用されていた。一方、伝送路の有効利用、今後予想されるデジタル通信情報の急増に対処する等の目的で各種デジタル通信方式の実用化研究が各方面で活発に進められているが、デジタル通信方式の導入に際しては、それに先だって少くとも下記の項目を明らかにしておく必要がある。

- (a) 伝送路の非直線性によるPSK信号の特性劣化
- (b) PSK信号、FM信号共通増幅時におけるPSK信号の特性劣化
- (c) PSK信号、FM信号共通増幅時におけるFM信号の特性劣化

本章では、上記各項目についての理論解析を行っており、信号劣化等を定量的に明らかにしている。

5.1 非直線伝送系におけるPSK信号の劣化⁽³⁰⁾

5.1.1 対象とする通信システムと解析モデル

(1) 対象とする通信システム

衛星通信システムにおいては、現在、マルチプルアクセス方式として各参加局に対して異なる周波数帯を割り当てていわゆるFDMA (Frequency Division Multiple Access) 方式が幅広く採用されている。ところで、FDMA方式は、中継器で複数の信号が共通増幅されるため混変調雑音が生じ、それが他の信号に妨害を与えるので、中継器を高効率な状態で使用できないという欠点を有している。

一方、各参加局が中継器を時分割使用する方式、つまりTDMA方式は、混変調雑音が発生しないので中継器を高効率な状態で使用できるといふ利点があり、近年各方面でその実用化が計画されている。⁽⁴⁸⁾

ところで、TDMA方式では、現在のところ最も雑音に強い変調技術であるPSK方式の採用が前提となっている。しかしながら、PSK方

式は、帯域制限を行なった時、位相変換点において大きな振幅変動成分が生じるため、非直線伝送系に適さないという一面を有している。

本節の研究は、非直線特性を有する伝送系において帯域制限された P S K 信号が、いかなる影響を受けるかについて論じたものであり、具体的な通信システムとしては、利用周波数帯及び使用電力に厳しい制約がある衛星通信システムを想定している。

(2) 解析モデル

図 5.1 は、本節で対象とする伝送システムをモデル化したものである。位相変調された信号は、送信フィルタによって波形整形および帯域制限された後伝送路へ送出される。伝送路は強い非直線特性を有する進行波管を含んでおり、伝送系各部の特性を以下のように仮定する。

- (a) 変調器入力パルス系列は N R Z (Non Return to Zero) の矩形波形とする。したがって、その単一パルスに対する周波数スペクトルは、 $\sin(\omega T/2)/(\omega T/2)$ となる。但し、 T は P S K 信号のシンボル長である。
- (b) 送信帯域フィルタ及び受信帯域フィルタは、総合として 2 乗余弦波特性を与えるものとし、その特性が送信フィルタ及び受信フィルタに等しく分担されているものとする。すなわち、送信帯域フィルタ及び受信帯域フィルタの等価ベースバンド伝送特性 $F_T(\omega)$ 、 $F_R(\omega)$ を次式で与える。⁽⁴⁹⁾

$$F_T(\omega) = F_R(\omega) = \sqrt{F(\omega)} \quad (5.1)$$

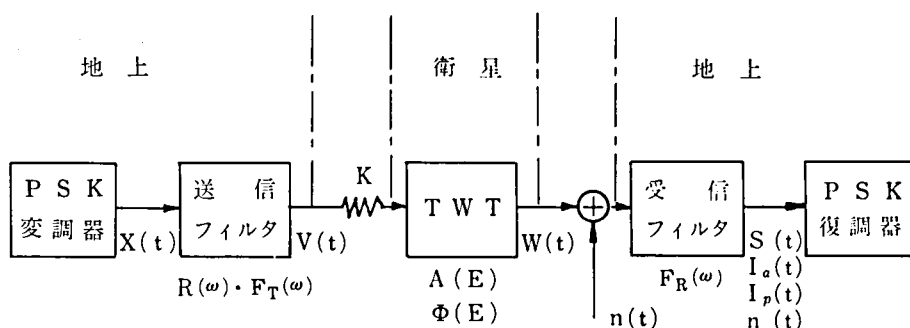


図 5.1 伝送系モデル

$$F(\omega) = \begin{cases} T & ; |\omega| \leq \frac{\pi}{T}(1-k) \\ \frac{T}{2} \{ 1 - \sin \left[\frac{T}{2k} \left(\omega - \frac{\pi}{T} \right) \right] \} & ; \left| \frac{\pi}{T}(1-k) \right| \leq |\omega| \leq \left| \frac{\pi}{T}(1+k) \right| \\ 0 & ; |\omega| \geq \left| \frac{\pi}{T}(1+k) \right| \end{cases} \quad (5.2)$$

但し、 k はロールオフ係数

- (c) 符号間干渉を除去するために、既にPCM伝送で広く用いられているように、NRZ波形の周波数特性の逆振幅特性を有する波形整形フィルタを送信側にそう入する。すなわち、波形整形フィルタの等価ベースバンド特性を $R(\omega)$ としたとき、それは次式で与えられる。

$$R(\omega) = \frac{(\omega T/2)}{\sin(\omega T/2)} \quad (5.3)$$

- (d) 進行波管は入出力振幅非直線性（以下AM/AM変換効果と呼ぶ）及びAM/PM変換効果を有する。
- (e) 進行波管出力において白色雑音が加わる。
- (f) 復調器においては、その検波方式として同期検波が採用され、基準搬送波は受信信号より再生されるものとする。又、符号識別として瞬時検出を考え、そのタイミング誤差はないものとする。

5.1.2 一般的解析

ここでは、以下のような考え方に沿って解析を進めている。すなわち、まず送信フィルタによって帯域制限された結果送信PSK信号には振幅変動成分が生じ、その振幅変動成分が進行波管のAM/AM変換効果及びAM/PM変換効果によって新たに干渉ひずみ信号を発生させる。この干渉ひずみ信号のうち、受信フィルタの通過帯域内にあるものが復調器で受信され、受信ビット誤り率特性に影響を及ぼす。

(1) 送 信 系

図5.1において、変調器出力信号系列 $X(t)$ を、複素表示を用いて次式で与える。

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-nT) \cdot e^{j(\omega_c t + \phi_n)} \quad (5.4)$$

$$x(t) = \begin{cases} 1 & ; |t| \leq T/2 \\ 0 & ; |t| > T/2 \end{cases} \quad (5.5)$$

ここに、 ω_c は搬送波の角周波数、 T はパルス繰返し周期である。
 ϕ_n は第 n 番目のタイムスロットにおける変調位相を表わしており、例えば、4 相 P S K 信号の場合には、 0 、 $\pi/2$ 、 π 、 $3\pi/2$ のうちのいずれかの値をとる。

このとき、送信フィルタ出力の信号系列 $V(t)$ は次式となる。

$$V(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) \cdot e^{j(\omega_c t + \phi_n)} \quad (5.6)$$

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau) \cdot x(\tau) d\tau \quad (5.7)$$

$$g(t) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) F_T(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (5.8)$$

式 (5.7) の $v(t)$ は先に述べたシステム・モデルの(a)および(c)の仮定を用いることによって次式で与えられる。

$$v(t) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_T(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (5.9)$$

式 (5.9) は、 $v(t)$ が送信帯域フィルタのインパルス応答に等しいことを示している。

次に、送信フィルタ出力信号 $V(t)$ は、伝送路において一定の減衰 K を受けて進行波管の入力となる。ところで、進行波管の入出力非直線特性は、第 2 章で述べたように、入力信号の包絡線振幅の関数となるので、進行波管の入力信号 $V(t)$ を包絡線振幅 $E(t)$ と位相 $\phi(t)$ を用いて表現すると

$$V(t) = K \cdot V(t) = E(t) \cdot e^{j(\omega_c t + \phi(t))} \quad (5.10)$$

$$E(t) = K \cdot \sqrt{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} v(t-nT) \cdot v(t-mT) \cos(\phi_n - \phi_m)} \quad (5.11)$$

$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) \sin \phi_n / \sum_{m=-\infty}^{\infty} v(t-mT) \cos \phi_m \right\} \quad (5.12)$$

となる。

(2) 非直線系

進行波管は、前述のごとく AM/AM 変換効果および AM/PM 変換効果を有しており、その入力信号 $V(t)$ が式 (5.10) で与えられるとき、出力信号 $W(t)$ は次式で表わすことができる。

$$W(t) = A(E(t)) \cdot E(t) \cdot e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(E(t))\}} \quad (5.13)$$

但し、上式において $A(E(t))$ は進行波管の利得特性を与え、 $\phi(E(t))$ は AM/PM 変換特性を与える。ここでは、これら非直線特性を次式の関数で近似する。^{(4), (9)}

$$A(E(t)) = h_1 + h_2 E^2(t) + h_3 E^4(t) + h_4 E^6(t) + h_5 E^8(t) \quad (5.14)$$

$$\phi(E(t)) = b_1 \{1 - \exp(-b_2 E^2(t))\} + b_3 E^2(t) \quad (5.15)$$

なお、式 (5.14) の $A(E(t))$ と第 2 章で定義した入出力振幅非直線性 $G(E(t))$ との間には以下の関係が成立する。

$$A(E(t)) = G(E(t)) / E(t) \quad (5.16)$$

式 (5.14) において第 5 項まで考慮したのは、本節での研究が進行波管の飽和領域における信号特性劣化を対象としているため、より良い近似を得るためである。また、AM/PM 変換特性として式 (2.8) を適用したのも同様の理由によっている。

一般に、搬送波が無変調時には、式 (5.11) で与えられる進行波管入力のパ絡線振幅 $E(t)$ は常に K に等しくなり、入力信号 $V(t)$ が振幅変動成分をもたないので、非直線性による信号劣化は生じない。一方、変調時には、 $E(t)$ が時間的に変動するため、非直線性によって信号が劣化する。ここでは、変調したことによって生じた振幅変動成分に応じて

進行波管が新たに干渉ひずみ信号を発生させると考えて、式(5.13)の $W(t)$ を次式のように P S K 信号成分と干渉ひずみ信号成分に分解する (式の誘導は付録 5.1 参照)。

$$W(t) = Y(t) + Z_a(t) + Z_p(t) \quad (5.17)$$

$$Y(t) = KA(K) \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K)\}} \quad (5.18)$$

$$Z_a(t) = K\{A(E(t)) - A(K)\} \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K)\}} \quad (5.19)$$

$$Z_p(t) = \{\phi(E(t)) - \phi(K)\} KA(E(t)) \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K) + \frac{\pi}{2}\}} \quad (5.20)$$

但し、

$Y(t)$; 進行波管出力における P S K 信号成分

$Z_a(t)$; AM/AM変換効果によって生じる干渉ひずみ信号成分

$Z_p(t)$; AM/PM変換効果によって生じる干渉ひずみ信号成分

(3) 受信系

$Y(t)$ 、 $Z_a(t)$ および $Z_p(t)$ は、受信フィルタによって帯域制限されて復調器の入力となる。したがって、復調器の入力点における P S K 信号成分 $S(t)$ 、AM/AM変換効果によって生じた干渉ひずみ信号成分 $I_a(t)$ および AM/PM変換効果によって生じた干渉ひずみ信号成分 $I_p(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$S(t) = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K)\}} \quad (5.21)$$

$$I_a(t) = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_a(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K)\}} \quad (5.22)$$

$$I_p(t) = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_p(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n + \phi(K) + \frac{\pi}{2}\}} \quad (5.23)$$

$$s(t) = A(K) \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) v(\tau) d\tau \quad (5.24)$$

$$i_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) \{A(E(\tau)) - A(K)\} v(\tau) d\tau \quad (5.25)$$

$$i_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) \{ \phi(E(\tau)) - \phi(K) \} A(E(\tau)) v(\tau) d\tau \quad (5.26)$$

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_R(\omega) e^{-j\omega t} d\omega = v(t) \quad (5.27)$$

復調器には、上記 $S(t)$ 、 $I_a(t)$ 、 $I_p(t)$ 以外に次式で表わされるガウス雑音 $n(t)$ が加わる。

$$n(t) = n_1(t) \cos(\omega t + \lambda_n) - n_2(t) \sin(\omega t + \lambda_n) \quad (5.28)$$

但し、 $n(t)$ は平均値 0、分散 σ_n^2 の互いに統計的独立な定常狭帯域ガウスプロセスである。

復調器における再生基準搬送波を $\exp\{j(\omega_c t + \phi(k))\}$ とし、時刻 $t = 0$ のタイムスロットにおいて零位相の信号が送られた場合 ($\phi_0 = 0$) の復調器の動作を表わす受信ベクトル図を図 5.2 に示す。同図において S_0 は時刻 $t = 0$ における受信 PSK 信号ベクトルを表わしており、5.1.1 の (a)、(b)、(c) の仮定を適用することによって

$$S_0 = -K \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(-nT) e^{j\phi_n} = K s(0) e^{j\phi_0} = K A(K) \quad (5.29)$$

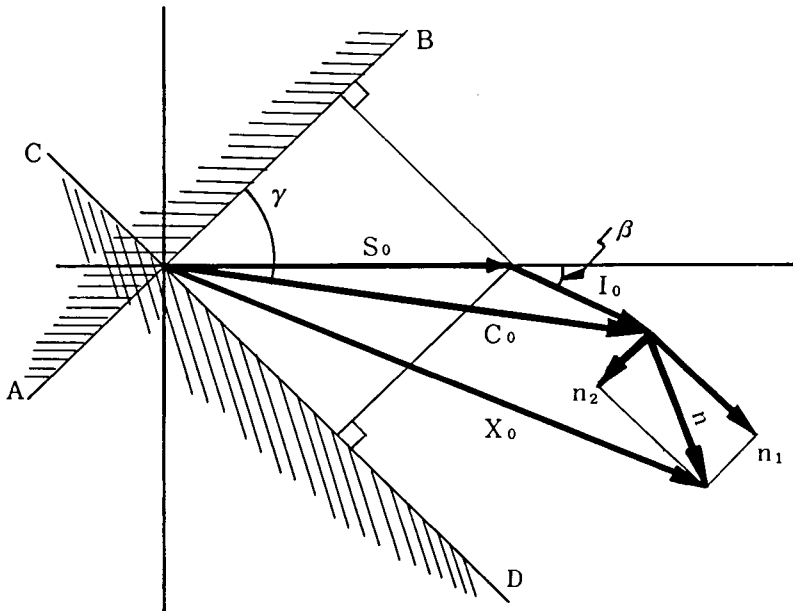


図 5.2 干渉歪信号及びガウス雑音を含む受信 PSK 信号のベクトル図

となる。又、図 5.2 において、 I_0 は伝送路非直線性によって生じた干渉歪信号の受信ベクトルを表わしており、それは次式で与えられる。

$$I_0 = I_{a0} + I_{p0} \quad (5.30)$$

$$I_{a0} = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_a(-nT) e^{j\phi_n} \quad (5.31)$$

$$I_{p0} = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_p(-nT) e^{j(\phi_n + \frac{\pi}{2})} \quad (5.32)$$

ここに、 I_{a0} 及び I_{p0} は、それぞれ干渉歪信号 $I_a(t)$ 及び $I_p(t)$ の時刻 $t=0$ における受信ベクトルである。

(4) 誤り率特性

図 5.2 において、直線 \overline{AB} 及び \overline{CD} は正常受信か誤り受信かの境界を示しており、ベクトル X_0 が斜線の領域に入ったときに誤り受信となる。従って、4 相 P S K 信号を対象としたとき、平均ビット誤り率 P_e は次式で与えられる。(52)

$$P_e = P_{AB} + P_{CD} - P_{AB} \cdot P_{CD} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} P_{AB} &= \text{prob.} \{ |C_0| \sin r + n_1 < 0 \} \\ &= \frac{1}{2} < \text{erfc}(\rho \sin r) >_{\rho, r} \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$P_{CD} = \frac{1}{2} < \text{erfc}(\rho \cos r) >_{\rho, r} \quad (5.35)$$

但し、

$$\text{erfc}(y) = 1 - \text{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (5.36)$$

$$\rho = \frac{|C_0|}{\sqrt{2} \sigma_n} = \frac{\sqrt{(|S_0| + |I_0| \cos \beta)^2 + (|I_0| \sin \beta)^2}}{\sqrt{2} \sigma_n} \quad (5.37)$$

$$r = \frac{\pi}{4} + \tan^{-1} \left\{ \frac{|I_0| \sin \beta}{|S_0| + |I_0| \cos \beta} \right\} \quad (5.38)$$

prob. ; probability

$< >_{\rho, r}$; ρ 及び r に関する平均操作

r ; C_0 と \overline{AB} とのなす角

β ; S_0 と I_0 とのなす角

式(5.34),(5.35)において、 ρ 及び r の平均操作を行っているのは、時刻 $t=0$ 以外のタイムスロットにおける変調位相パターンいかによって I_0 及び β の値が異なり、その結果 ρ 及び r が色々な値をとるので、それを考慮したためである。

5.1.3 計算に際しての仮定

5.1.2において、伝送路非直線性によって生じる干渉ひずみ信号量およびそれが受信PSK信号のビット誤り率特性に及ぼす影響を与える一般式を導いたが、ここでは、4相PSK信号を対象として以下に示す幾つかの仮定を設けて数値計算を行う。

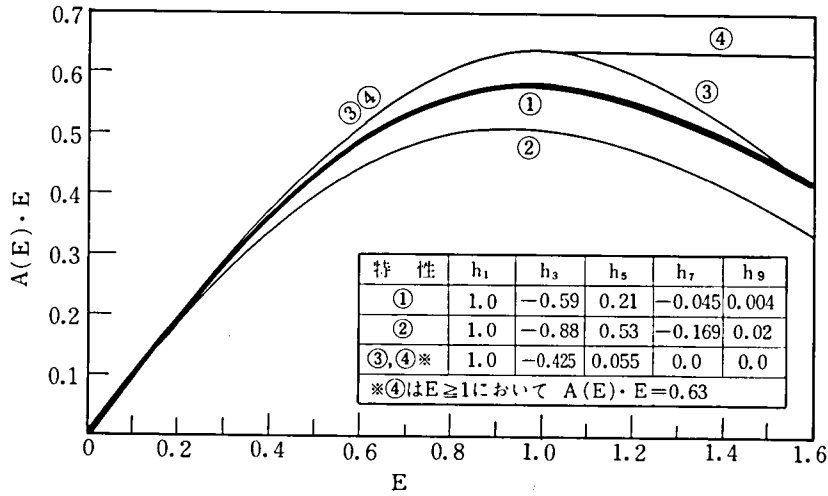
(1) 進行波管の非直線特性

5.1.4の(2)及び(3)の計算に際しては、現在商用に供されているインテルサットIV号衛星の進行波管特性⁽⁵⁰⁾を対象とする。なお、AM/AM変換特性については、小信号入力時の利得が $1 \left(\lim_{E \rightarrow 0} A(E) = 1 \right)$ で、入力包絡線振幅 $E(t)$ が1のときに振幅特性が飽和現象を示すように正規化している。図5.3の太線(曲線①及び②)がこの場合のAM/AM及びAM/PM変換特性を示している。一方、図5.3の細線は、それとは異なる非直線特性を示しており、非直線特性が違った場合の影響の差を調べるための比較例として5.1.4の(4)の計算に際して用いている。

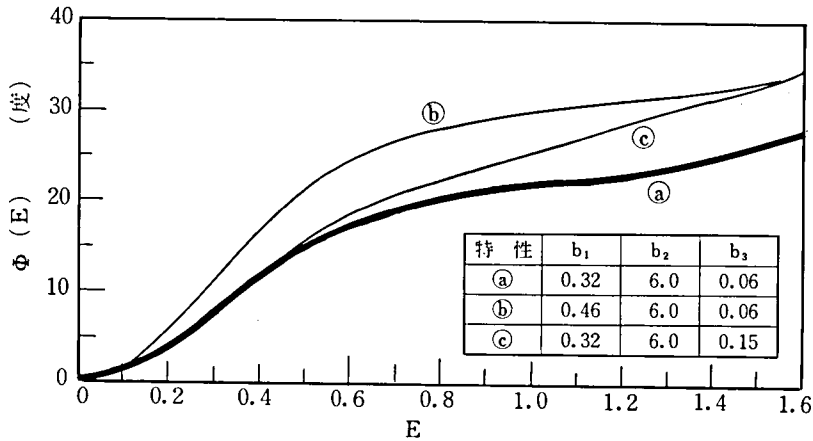
(2) 計算に際しての近似

時刻 $t=0$ のタイムスロットのビット誤り率を計算しており、包絡線振幅 $E(t)$ 及び干渉ひずみ信号 I_{a0} , I_{p0} を計算するに当たっては、その前後7タイムスロット、計15タイムスロットを考慮している。又、各タイムスロットにおける信号位相としては、同相直交各成分に対して最大周期511ビットの擬似ランダム符号を用いており、平均ビット誤り率は、信号系列を1タイムスロットずつシフトさせつつその各々について計算を行い、511通りの計算結果の平均値として求めている。*

* 最大周期1,023ビットの擬似ランダム符号を用いて1,023通りについても一部計算したが、計算結果は511通りの場合とはほぼ同じ値を示しており、511通りの計算で十分の精度が得られることがわかった。



(a) 入出力振幅特性



(b) AM/PM 変換特性

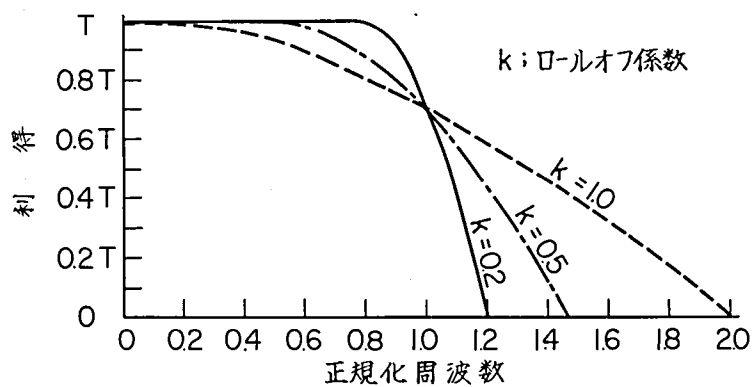
図 5.3 進行波管の入出力特性の例

5. 1. 4 計算結果とその考察

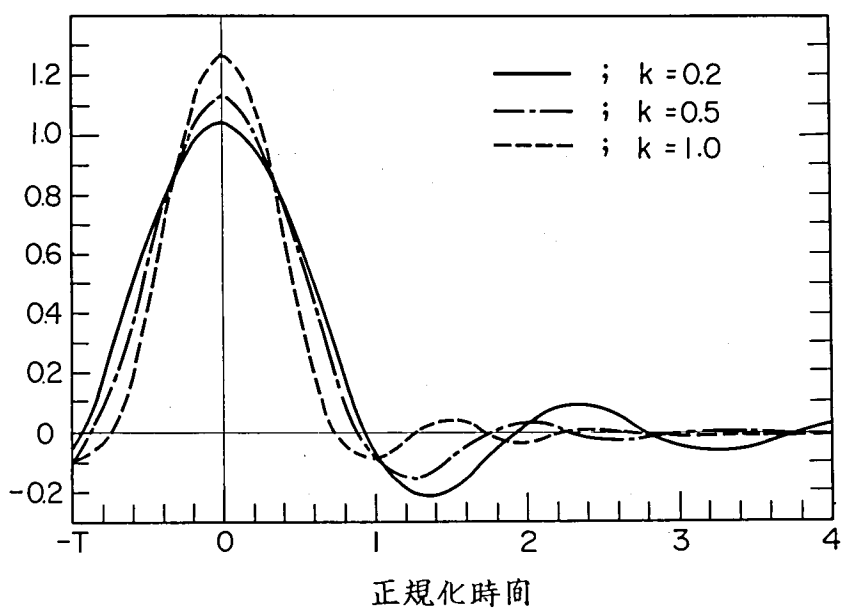
(1) 送受信フィルタのインパルス応答

5. 1. 1 の伝送系モデルにおいては、式 (5. 9) から明らかなように、半自乗余弦波形フィルタのインパルス応答 $f(t)$ が進行波管の入力信号波形を与え、それは次式で表わされる。(式の誘導は付録 5. 2 参照)。

$$f(t) = \frac{1}{1-16k^2t^2/T^2} \left\{ \frac{\sin(1-k)\pi t/T}{\pi t/T} + \frac{4k}{\pi} \cos(1+k)\pi t/T \right\} \quad (5. 39)$$



(a) 等価ベースバンド周波数特性



(b) インパルス応答

図 5.4 半自乗余弦波型濾波器の特性

上式の計算例を図 5.4 (b)に示す。当然のことながら、ロールオフ係数 k の値が大きいとき（例えば $k=1$ ）、隣接タイムスロットからの符号間干渉が大勢を占めるが、 k が小さいとき（例えば $k=0.2$ ）、符号間干渉の影響は長く尾を引くことを同図は示している。

(2) 誤り率特性

ロールオフ係数 $k=0.2$ の場合を例にとりて、進行波管入力バックオフをパラメータとしたビット誤り率特性の計算結果を図 5.5 に示す。又

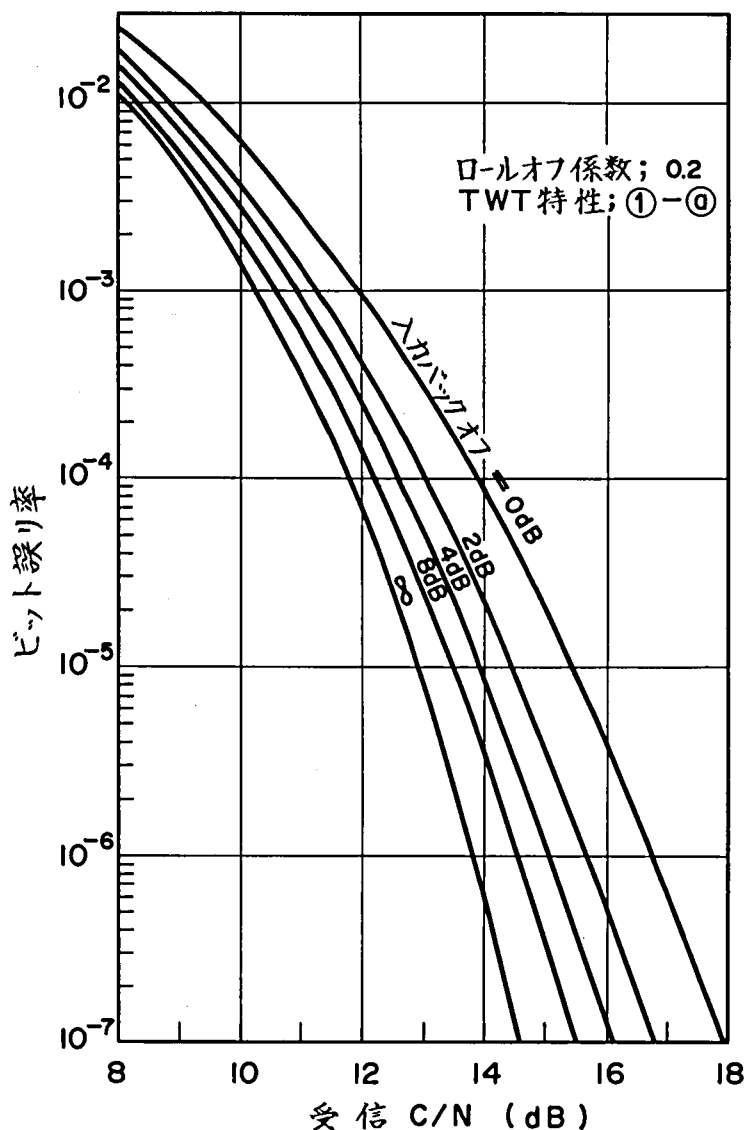


図 5.5 受信 C/N 対ビット誤り率特性

ビット誤り率 10^{-6} を維持するために必要な搬送波対雑音電力比 (C/N) と理想状態における C/N との差つまり等価 C/N 劣化量の計算結果を図 5.6 に示す。図 5.6 は、AM/AM 変換効果と AM/PM 変換効果とが同時に両方存在する場合及び片方のみが存在する場合を併せ示している。同図より、飽和点に近い領域では AM/AM 変換効果による劣化が圧倒的に大きい、AM/PM 変換効果による劣化は入力バックオフを十分大きくしていてもそれほど改善されないことが分かる。

図 5.7 は、進行波管の入力バックオフに対するビット誤り率特性を受信雑音量を一定として求めたものであり、図中 3 つの曲線は、進行波管を飽和点で動作させたときに C/N の値がそれぞれ 17 dB、16 dB、15 dB となるような雑音を受信された場合を示している。同図より、い

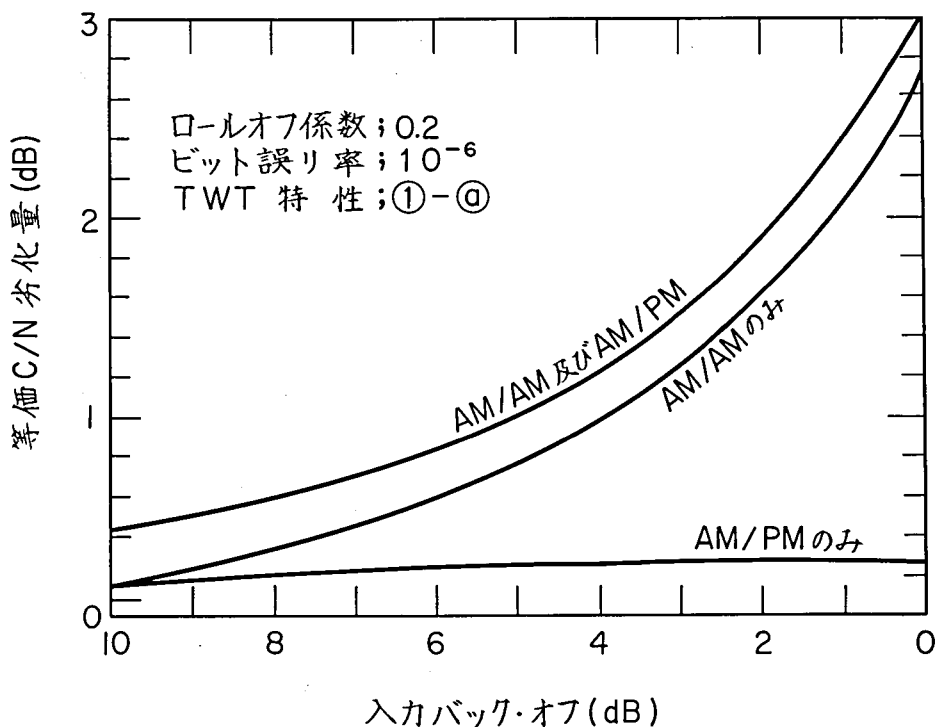


図 5.6 TWT 入力バック・オフに対する等価 C/N 劣化量

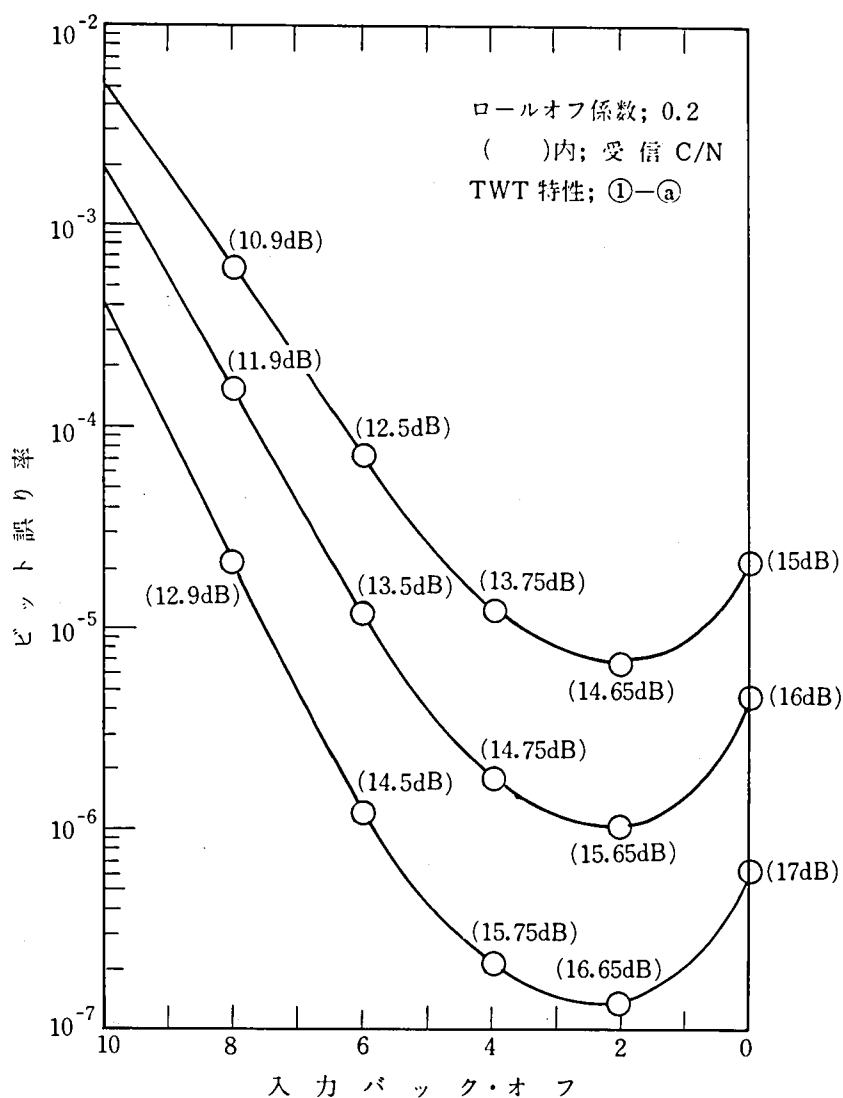


図 5.7 TWT 入力バックオフに対する誤り率特性
 (ただし、受信雑音量一定)

ずれの場合でも 2 ~ 3 dB 程度の入力バックオフで運用したとき、ビット誤り率特性が最も良くなることが分かる。これは、入力バックオフが 0 dB 付近では図 5.6 から明らかなように干渉ひずみ信号による劣化つまり非直線特性による影響が大きくなり、その結果として誤り率特性が悪くなり、一方、入力バックオフを大きくとると、搬送波電力の低下

に起因して誤り率特性が悪くなるためである。

以上はロールオフ係数の値を0.2に選んだときの数値計算結果であったが、ロールオフ係数を変化させたときに等価C/N劣化量がどうなるかを入力バックオフ0 dB 及び2 dB について求めたものが図5.8である。同図より、ロールオフ係数を小さくしたとき非直線性による影響は急激に大きくなることが分かる。これは、ロールオフ係数が小さいときには、伝送路符号パターンによって被変調波の包絡線振幅の変動量が大きくなり、そのため非直線性の影響を受けやすくなったためと考えられる。

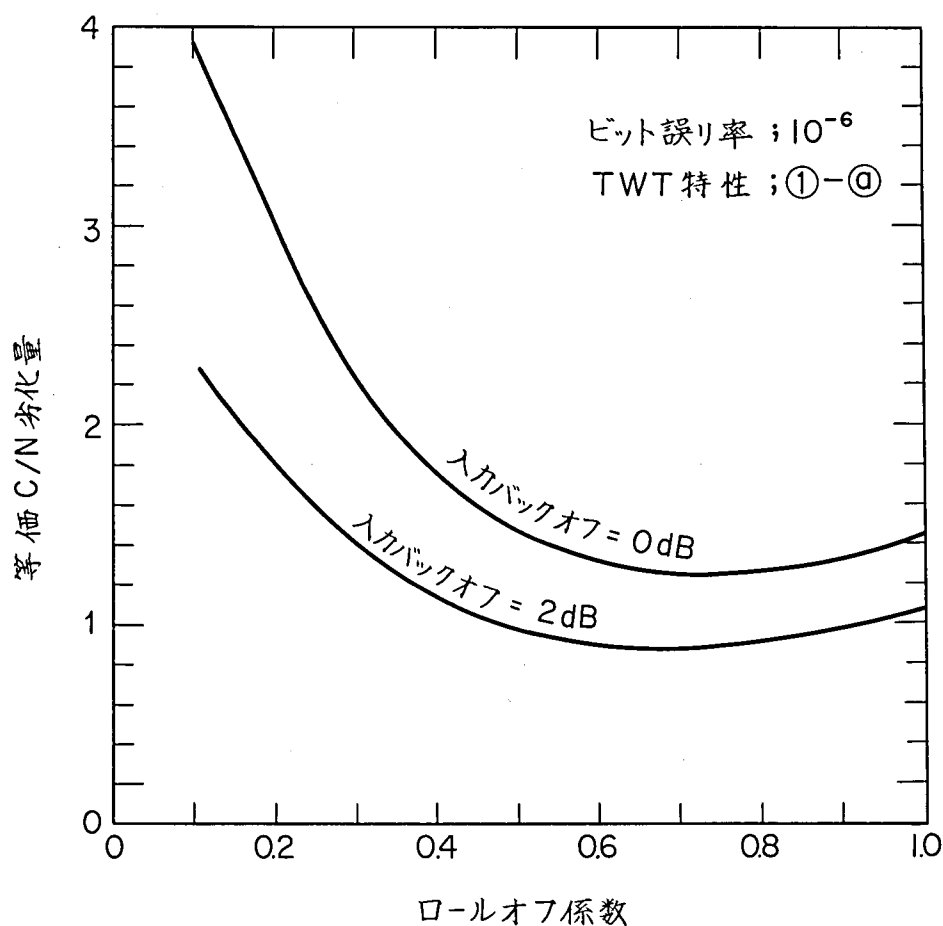


図5.8 ロールオフ係数に対する等価C/N劣化量

(3) パターン効果

一般に受信信号のあるタイムスロットにおける誤り率特性の劣化は、受信信号の伝送符号パターンによって異なり、特に直前直後のタイムスロットの位相に大きく依存する。ところで、前後各1タイムスロットのみを考慮したとき、4相PSK信号の場合基本パターンとして表5.1左辺に示すような7種類が考えられる。また、表5.1は、帯域フィルタのロールオフが0 dB の場合を例にとりて、これら各基本パターンに対する干渉ひずみ信号出力の計算結果を示している。同表より、干渉ひずみ信号の大きさは前後1タイムスロットの位相に大きく依存し、特に $(0, 0, \pi)$ 型パターンのときに大きくなることが分かる。

表 5.1 基本符号パターンと干渉歪信号出力

ただし、〔 〕内の真中の値がタイムスロット0の位相を、左右の値が各々前後のタイムスロットの位相を表わす。

	基本位相パターン	干渉歪信号の 平均振幅※
1.	〔 0 , 0 , π 〕	0.250
2.	〔 0 , 0 , $\pi/2$ 〕	0.128
3.	〔 $\pi/2$, 0 , π 〕	0.115
4.	〔 $\pi/2$, 0 , $3\pi/2$ 〕	0.081
5.	〔 $\pi/2$, 0 , $\pi/2$ 〕	0.074
6.	〔 π , 0 , π 〕	0.068
7.	〔 0 , 0 , 0 〕	0.059

※ ; PSK信号振幅を1と正規化している。

なお、計算に際しては、前後1タイムスロットの位相を固定し、それ以外のタイムスロットはランダムな位相をとるものとして511 通りについての計算を行い、その平均値として求めている。

図 5.9 は、上記と同様の条件でもって、雑音を除いた受信信号振幅（図 5.2 の $|C_0|$ に相当）の確率分布の計算結果を示したものである。

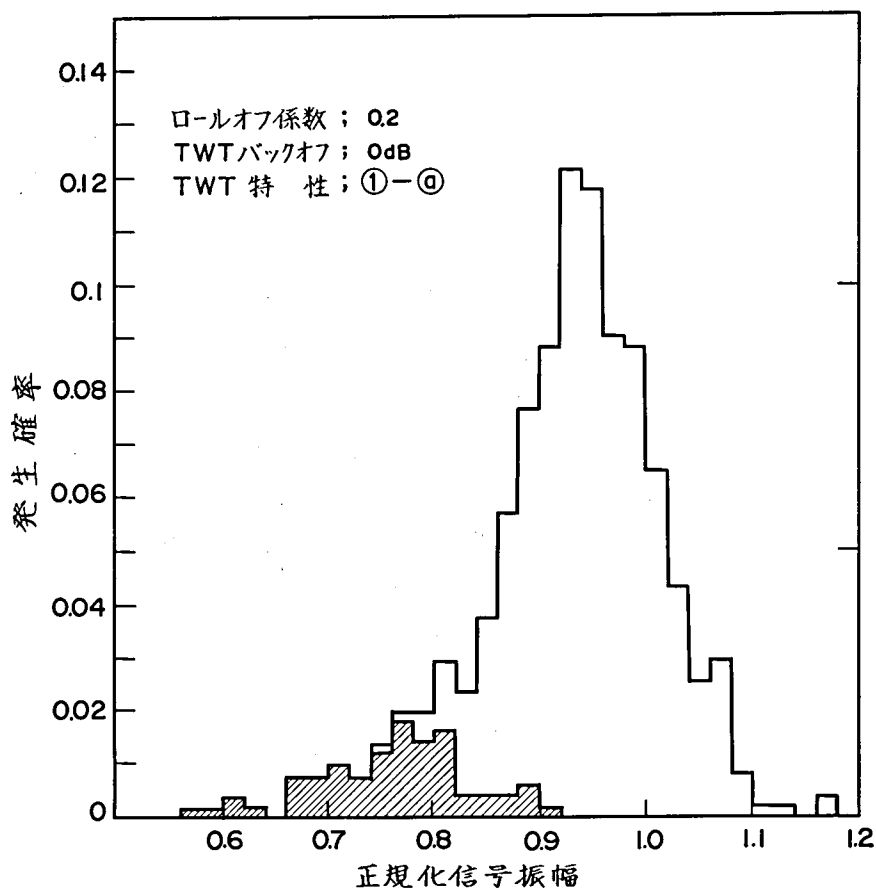


図 5.9 受信信号振幅の確率分布

ただし、斜線部分は $(0, 0, \pi)$ 型符号パターン
の場合のみをぬき出したものである。

同図において、横軸の値が小さいほど受信信号振幅が小さく、非直線性により生じたひずみによる影響が大きい。斜線部分は、変調信号の符号パターンが $(0, 0, \pi)$ 型の場合の振幅確率分布を示したものであり、同図より、このパターンのときに受信信号の劣化が著しいことが分かる。

図 5.10 は、 $(0, 0, 0)$ 型、 $(0, 0, \pi)$ 型および $(\pi, 0, \pi)$ 型基本位相パターンを例にとって、それ以外のタイムスロットはランダムな位相をとるとして平均ビット誤り率特性を計算したものであり、誤り率特性の劣化は、 $(0, 0, 0)$ 型および $(\pi, 0, \pi)$ 型パターンの場合

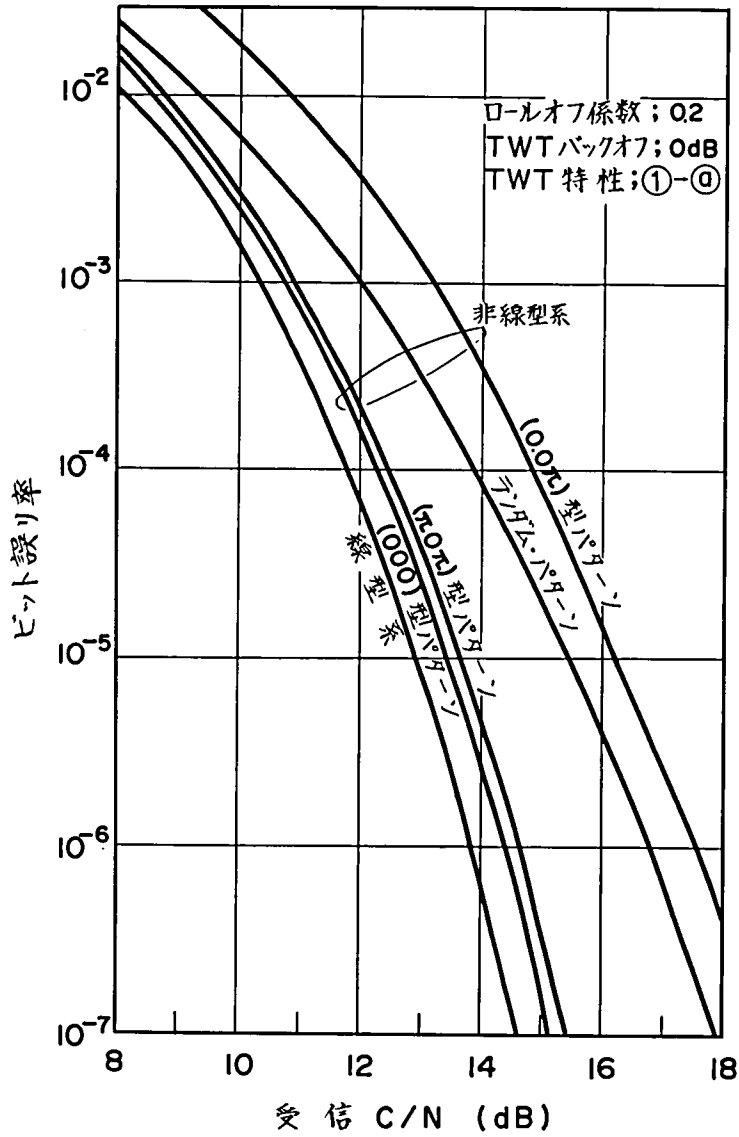


図 5.10 受信 C/N 対ビット誤り率特性

にはごくわずかであるが、 $(0, 0, \pi)$ 型パターンの場合には大きな値を示している。すなわち、表 5.1 及び図 5.10 より、干渉ひずみ信号は、信号位相が前後対称の場合には小さいが、非対称の場合には大きくなる傾向があることが分かる。

(4) 非直線特性の違いによる影響の差

これまでは、伝送路非直線素子としてインテルサット IV 号衛星の中継

器特性を仮定したが、ここでは非直線特性の違いによる影響の差を明らかにすることを目的として、図 5.3 に示された他の非直線特性の場合についての影響を等価 C/N 劣化量の観点から調べた。

まず、AM/AM変換特性については、インテルサットIV号衛星中継器特性(①)以外に3通りの特性(②, ③, ④)を仮定した。これらのうち、特性②は飽和点付近における利得低下が大きい場合の例であり、③は利得低下が小さい場合の例である。一方、特性④は、飽和点以下の領域では③と同じ特性であるが、過飽和領域においてリミッタと同様の特性を有する場合の例である。

次に、AM/PM変換特性については、特性⑤はインテルサットIV号衛星中継器の特性に従っており、特性⑥は、それより位相偏移の絶対量は大きい、飽和点付近での変換特性の傾斜が⑤にほぼ等しい場合の例である。一方、特性⑦は、飽和点付近における位相偏移量の傾斜がこれらよりも大きい場合の例である。

これら4通りのAM/AM変換特性と3通りのAM/PM変換特性とを任意に組み合わせた場合の受信4相PSK信号の等価C/N劣化量の計算結果を表5.2に示す。

計算結果より下記のことが明らかとなった。

まず、AM/AM変換効果については、飽和点付近で運用したとき、特性③の影響が最も大きい。一方、特性④の影響は、他の特性に比べて大幅に小さい。このことより、進行波管の非直線性による影響を検討する際に、それをリミッタモデルで仮定すると大幅に誤差が生じるおそれがあるといえる。いずれにしても、過飽和領域における利得低下特性が信号劣化に大きく依存するものと考えられる。

次に、AM/PM変換効果については、特性⑤と⑥とではその影響はほぼ同程度であるが、特性⑦の場合これらより影響が大きい。すなわち、信号劣化は、動作点付近での位相偏移の絶対量よりもその傾斜に大きく依存すると云える。

表 5.2 等価 C/N 劣化量

AM/AM 変換特性	AM/PM 変換特性	㉔	㉕	㉖
	バック・オフ	(Ⅳ号衛星)	(絶対量大)	(傾斜大)
① (Ⅳ号衛星)	0 dB	3.0 dB	3.0 dB	3.8 dB
	2 dB	2.0 dB	1.9 dB	2.3 dB
② (利得低下大)	0 dB	3.0 dB	3.0 dB	3.7 dB
	2 dB	1.9 dB	1.9 dB	2.2 dB
③ (利得低下小)	0 dB	3.5 dB	3.5 dB	4.2 dB
	2 dB	2.0 dB	2.0 dB	2.3 dB
④ (③+リミッタ)	0 dB	2.0 dB	2.0 dB	2.6 dB
	2 dB	1.7 dB	1.7 dB	1.9 dB

ただし、ロールオフ係数=0.2，誤り率=1×10⁻⁶
 変換特性①, ②, ③, ④及び㉔, ㉕, ㉖は図 5.3 に従う。

5.2 共通増幅時における P S K 信号劣化

5.2.1 対象とする通信システムと解析モデル

(1) 対象とする通信システム

衛星通信用地球局は、一般に送信機として大電力進行波管を使用しており、将来この大電力進行波管によって P S K 信号と F M 信号とが共通増幅されることが予想される。この際問題となるのが、進行波管の入出力振幅非直線性及び AM/PM 変換効果によって生じる混変調雑音が各信号に及ぼす影響であり、本節の研究は、この影響のうち P S K 信号の特性劣化を対象とするものである。

(2) 解析モデル

図 5.11 は本節で取扱う解析モデルのブロック図を示している。進行波管の入力信号 $V_i(t)$ は、理想的な方形帯域フィルタにより帯域制限された 4 相 P S K 信号 $e_1(t)$ と、 $e_1(t)$ とは統計的に独立なランダム位相 ϕ_j ($j=2, 3$) をもつ 2 つの搬送波 $e_2(t)$, $e_3(t)$ の和から成り立っ

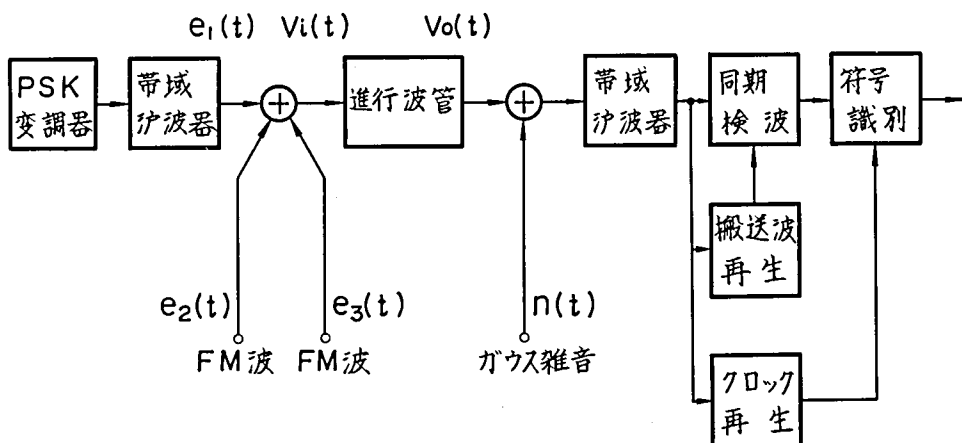


図 5.11 解析モデル

ている。すなわち、第2章の式(2.3)、(2.4)より、 $V_i(t)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} V_i(t) &= \sum_{j=1}^3 e_j(t) = \sum_{j=1}^3 E_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \\ &= e(t) \cos\{\omega t + \varphi(t)\} \end{aligned} \quad (5.40)$$

但し、

$$e(t) = \sqrt{\sum_{j=1}^3 E_j^2 + 2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=j+1}^3 E_j E_k \cos\{\omega_j - \omega_k)t + (\phi_j - \phi_k)\}} \quad (5.41)$$

$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{\sum_{k=1}^3 E_k \sin(\omega_k t + \phi_k)}{\sum_{j=1}^3 E_j \cos(\omega_j t + \phi_j)} \right] - \omega t \quad (5.42)$$

E_1 ; PSK信号の振幅*

E_2, E_3 ; 2搬送波の振幅

$\phi_1 = \frac{\pi}{2}(\ell - 1)$ ($\ell = 1, 2, 3, 4$) ; PSK信号の位相

ϕ_2, ϕ_3 ; 2搬送波の位相

* 厳密には帯域制限による振幅の時間変動が存在するが、受信側におけるクロック再生が完全であれば、一定値とみなして解析を進めることができる。

進行波管の入出力特性は、その入力信号を $V_i(t)$ 、出力信号を $V_o(t)$ とすれば、第2章の式(2.1)及び(2.2)で表わすことができる。すなわち、

$$V_i(t) = e \cos\{\omega t + \varphi(t)\} \quad ((5.43))$$

$$V_o(t) = G(e) \cos\{\omega t + \varphi(t) + \phi(e)\} \quad (5.44)$$

但し、

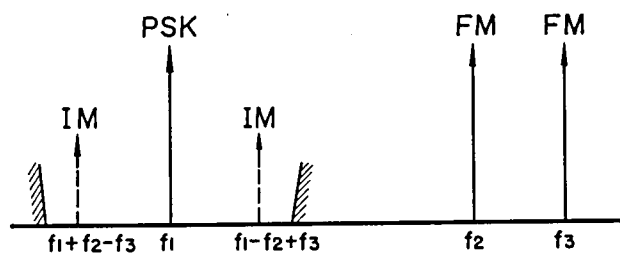
$G(e)$; 入出力振幅特性 (AM/AM変換特性)

$\phi(e)$; AM/PM変換特性。

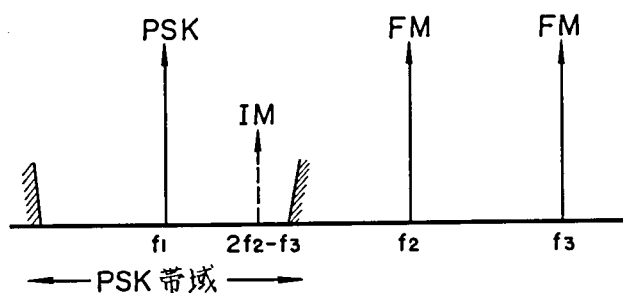
次に、図5.11において受信機入力信号は帯域フィルタにより取り出されたPSK信号、PSK信号帯域内に落ち込む混変調雑音及び平均値0の定常狭帯域ガウス雑音の和から成り立っている。信号検出は、まず搬送波再生回路において再生された基準搬送波によって受信PSK信号が同期検波され、その後クロック再生回路において作られたクロックを用いて符号の極性が識別される。

このようなモデルの場合、PSK信号に影響を及ぼす主たる混変調雑音としては図5.12に示すような2種類の3次混変調積が考えられる。図中、(a)は2つの搬送波の瞬時周波数間隔がPSK信号の帯域幅の2分の1に比べて狭い場合に、それら2搬送波とPSK信号との積により生じる3次混変調雑音がPSK信号帯域内に落ち込む場合を対象とするものである(以下A形混変調雑音と呼ぶ)。一方、(b)は、PSK信号以外の2つの搬送波によって生じる3次混変調雑音がPSK信号の帯域内に落ち込む場合を対象とするものである(以下B形混変調雑音と呼ぶ)。まず、PSK信号帯域内に落ち込むA型混変調雑音は、PSK信号が無変調時に最大となる。従って、ここでは、最悪ケースを想定して、PSK信号を無変調と仮定し、かつ対象とする混変調雑音がすべてPSK信号帯域内に落ち込むと仮定して解析を進める。

なお、本節では、対象とするPSK信号を含めて3つの搬送波が共通増幅される場合を取扱っているが、このようなモデルを選んだのは、共通増幅される搬送波数がたとえ4周波以上になったとしてもPSK信号



(a) PSK·FM·FM 型 (A型)



(b) (FM)²·FM 型 (B型)

図 5.12 共通増幅によって生じる代表的な 3 次混変調雑音

帯域内に落ち込む 3 次混変調雑音は大部分の場合図 5.12 の(a)、(b)のうちいずれか 1 つになり、且つその場合の混変調雑音の影響は 3 周波共通増幅時よりも小さくなるという理由によっている。

5.2.2 計算式の誘導

(1) 3 次混変調雑音

一般に進行波管で複数信号を共通増幅する場合には、混変調雑音の発生量を減らすために、数デシベル以上の出力バックオフがとられる。このような場合には、第 2 章式 (2.6) 及び (2.7) でべき級数表示した入出力振幅非直線特性 $G(e)$ 及び AM/PM 変換特性 $\phi(e)$ は第 3 項までを考慮すれば十分良い近似が得られる。そこで、ここでは $G(e)$ 及び $\phi(e)$ を次式で近似する。

$$G(e) = h_1 e + h_3 e^3 + h_5 e^5 \quad (5.45)$$

$$\phi(e) = -(\theta_0 + \theta_2 e^2 + \theta_4 e^4) \quad (5.46)$$

P S K 信号とその他の任意の 2 搬送波の計 3 周波信号が進行波入力となる時の P S K 信号出力 $s(t)$ は既に 2 章で求めた式 (2.9) と一致する。一方、A 型混変調雑音成分 $i_a(t)$ は、2 章の式 (2.11) で示した $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型混変調雑音が P S K 信号の左右に生じたものと考えることができ、また B 型混変調雑音 $i_b(t)$ は、2 章の式 (2.10) で示した $(2f_1 - f_2)$ 型混変調雑音そのものである。したがって、 $s(t)$ 、 $i_a(t)$ 及び $i_b(t)$ はそれぞれ次式となる。

$$s(t) = E_1 \{ F_0 \cos(\omega_1 t + \phi_1 - \theta_0) + D_0 \sin(\omega_1 t + \phi_1 - \theta_0) \} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} i_a(t) = & 2 E_1 E_2 E_3 F_1 \left[\cos\{(\omega_1 - \Delta\omega) t + (\phi_1 - \Delta\phi) - \theta_0\} \right. \\ & \left. + \cos\{(\omega_1 + \Delta\omega) t + (\phi_1 + \Delta\phi) - \theta_0\} \right] \\ & + 2 E_1 E_2 E_3 D_1 \left[\sin\{(\omega_1 - \Delta\omega) t + (\phi_1 - \Delta\phi) - \theta_0\} \right. \\ & \left. + \sin\{(\omega_1 + \Delta\omega) t + (\phi_1 + \Delta\phi) - \theta_0\} \right] \end{aligned} \quad (5.48)$$

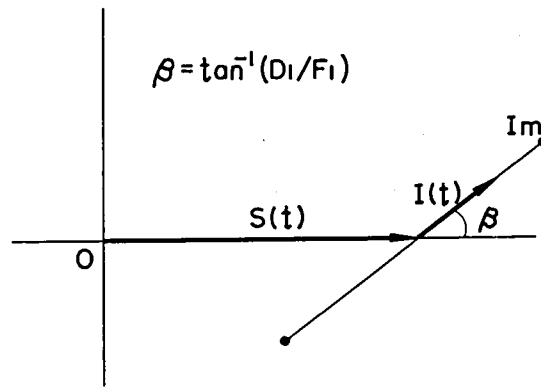
$$\begin{aligned} i_b(t) = & E_2^2 E_3 \left[F_1 \cos\{(\omega_2 - \Delta\omega) t + (\phi_2 - \Delta\phi) - \theta_0\} \right. \\ & \left. + D_1 \sin\{(\omega_2 - \Delta\omega) t + (\phi_2 - \Delta\phi) - \theta_0\} \right] \end{aligned} \quad (5.49)$$

ただし、

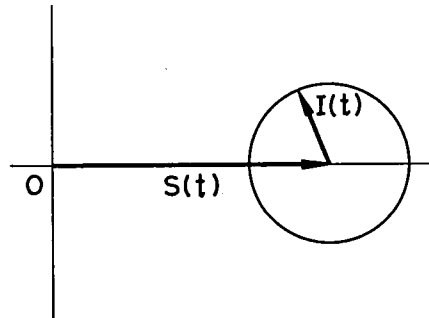
$$\Delta\omega = \omega_3 - \omega_2 \quad \Delta\phi = \phi_3 - \phi_2$$

F_0 、 D_0 、 F_1 、 D_1 は 2.1.2 参照。

図 5.13 は P S K 信号受信点における A 型混変調雑音及び B 型混変調雑音の信号ベクトル軌跡を示したものである。A 型混変調雑音は、式 (5.48) から明らかなように、2 つの搬送波の差周波に相当する変調信号でもって P S K 信号が振幅変調及び位相変調を受けたことを意味しており、そのベクトル軌跡は、入力 P S K 信号ベクトルとのなす角 β が $\tan^{-1}(D_1/F_1)$ の直線となる。つまり、AM/AM 変換による混変調雑音と AM/PM 変換によるものとの比は β で表現できる。一方、式 (5.49) より明らかなように、B 形混変調雑音の位相は P S K 信号位相と無関係であるので、そのベクトル軌跡は円となる。



(a) A 型混変調雑音



(b) B 型混変調雑音

図 5.13 P S K 信号受信点における混変調雑音のベクトル軌跡

(2) 受信ビット誤り率

受信ビット誤り率は、基本的には 5.1 節と同様の手法によって計算可能であるが、5.1 節では干渉ひずみ信号振幅の確率密度関係が不明なために式の展開によって平均ビット誤り率を与える計算式を誘導することが不可能であった。一方、本節での解析モデルにおいては、混変調雑音成分の確率密度関数を導くことができるので、統計的手法によって平均ビット誤り率の計算式を誘導することができる。

図 5.14 は、干渉波 $i(t)$ 及び平均値 0 の定常狭帯域ガウス雑音 $n(t)$

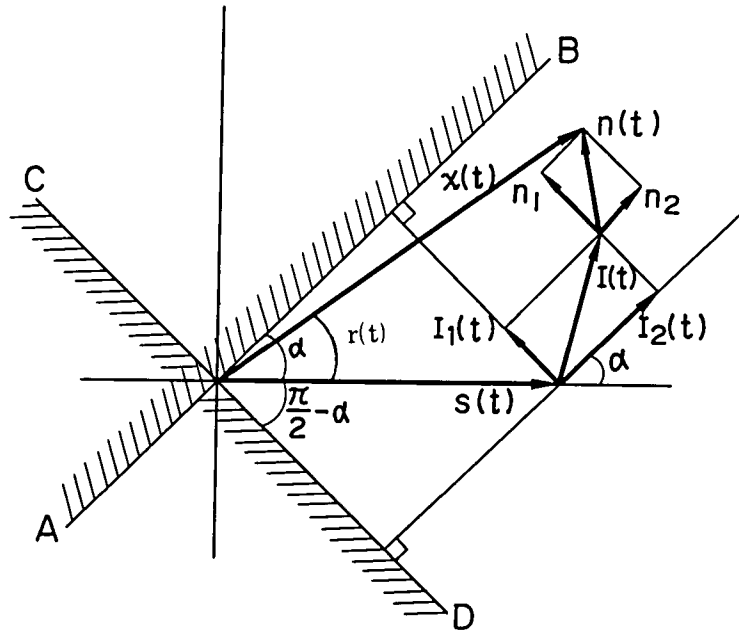


図 5.14 干渉波およびガウス雑音を含む受信 4 相 P S K 信号のベクトル図

が 4 相同期 P S K 信号 $s(t)$ の帯域内に入った場合の受信ベクトル図を示す。但し、ここでは、P S K 信号位相を零位相と仮定している。

この場合の合成信号 $x(t)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} x(t) &= S \cos \omega t + I(t) \cos\{\omega t + \lambda(t)\} + n(t) \\ &= X(t) \cos\{\omega t + r(t)\} \end{aligned} \quad (5.50)$$

ここで、 S 、 $I(t)$ 及び $X(t)$ はそれぞれ P S K 信号 $s(t)$ 、干渉波 $i(t)$ 及び合成信号 $x(t)$ の振幅であり、 $\lambda(t)$ は干渉信号の P S K 信号に対する相対位相であり、図 5.13 から明らかなように A 型混変調雑音に対しては一定の値 β をとり、B 型混変調雑音に対しては $0 \sim 2\pi$ で一様分布するランダム変数となる。

信号を正しく復号する境界線は、5.1.2(4)の場合と同様、図 5.14 の直線 \overline{AB} 及び \overline{CD} であり、誤りは合成ベクトル $X(t)$ が斜線の部分に落ち込んだ時に生じる。

まず、合成ベクトル $X(t)$ が境界線 \overline{AB} を越える確率 P_{AB} は、次式で与

えられる。(52)

$$\begin{aligned} P_{AB} &= \text{Prob.} \{ S \sin \alpha + I_1(t) + n_1 < 0 \} \\ &= \frac{1}{2} \langle \text{erfc} \{ \rho \sin \alpha + \mu_1(t) \} \rangle_{\mu_1} \end{aligned} \quad (5.51)$$

ただし、

$\rho = S / \sqrt{2} \sigma_n$; 雑音レベルで正規化した P S K 信号振幅

$\mu_1 = I_1(t) / \sqrt{2} \sigma_n$; 雑音レベルで正規化した干渉信号振幅

式 (5.51) をテーラ展開すれば次式となる。

$$\begin{aligned} P_{AB} &= \frac{1}{2} \left[\text{erfc}(\rho \sin \alpha) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho^2 \sin^2 \alpha) \right. \\ &\quad \cdot \sum_{\ell=1}^{\infty} (-1)^\ell H_{\ell-1}(\rho \sin \alpha) \frac{\langle \mu_1^\ell \rangle_{\mu_1}}{\ell!} \end{aligned} \quad (5.52)$$

ここに、 $H_n(a)$ は n 次のエルミート多項式である。

次に、合成ベクトル $X(t)$ が境界 \overline{CD} を越える確率 P_{CD} は、同様にして、次式となる。

$$\begin{aligned} P_{CD} &= \frac{1}{2} \left[\text{erfc}(\rho \cos \alpha) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho^2 \cos^2 \alpha) \right. \\ &\quad \cdot \sum_{\ell=1}^{\infty} (-1)^\ell H_{\ell-1}(\rho \cos \alpha) \frac{\langle \mu_2^\ell \rangle_{\mu_2}}{\ell!} \end{aligned} \quad (5.53)$$

ただし、 $\mu_2 = I_2(t) / \sqrt{2} \sigma_n$

式 (5.52) 及び式 (5.53) において、 μ_1 及び μ_2 に関して μ_1^ℓ 、 μ_2^ℓ の平均操作を行えば平均ビット誤り率の計算式を導くことができる。そのためには、まず μ_1 及び μ_2 の確率密度関数を求める必要がある。

ところで、A 型混変調雑音及び B 型混変調雑音各々に対する $\mu_i(t)$ の確率密度関数 $P(\mu_i)$ ($i=1, 2$) は次式のようにになる (式の誘導は付録 5.3 参照)。

$$P(\mu_i) = \frac{1}{\pi \sqrt{g_i^2 - y^2}} \quad (-g_i \leq y \leq g_i) \quad (5.54)$$

ここに、A 型及び B 型混変調雑音の最大振幅をそれぞれ I_{mA} 及び I_{mB} とすれば、

A型混変雑音に対して

$$g_1 = \frac{I_{mA} \sin(\alpha + \beta)}{\sqrt{2} \sigma_n}, \quad g_2 = \frac{I_{mA} \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{2} \sigma_n}$$

$$\beta = \tan^{-1}(D_i / F_i) \quad , \quad I_{mA} = 4 E_1 E_2 E_3 \sqrt{F_i^2 + D_i^2}$$

B型混変調雑音に対して

$$g_1 = g_2 = \frac{I_{mB}}{\sqrt{2} \sigma_n} \quad , \quad I_{mB} = E_1^2 E_3 \sqrt{F_i^2 + D_i^2}$$

式(5.54)から明らかなように、 $\mu_1(t)$ 及び $\mu_2(t)$ の確率密度関数は、係数を除いてすべて単一正弦波を干渉波とみなしたときのものと同形となる。従って、いずれの場合にも混変調雑音と白色雑音とを含む受信 P S K 信号が図 5.14 中境界 \overline{AB} 、 \overline{CD} をよぎる平均確率 P_{AB} 、 P_{CD} 及び平均ビット誤り率 P_e は、係数を除いて文献(53)において導かれた計算式と一致する。

すなわち、

$$P_{AB} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc}(\rho \sin \alpha) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho^2 \sin^2 \alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} H_{2n-1}(\rho \sin \alpha) \cdot \frac{g_1^{2n} (2n-1)!!}{(2n)! (2n)!!} \right] \quad (5.55)$$

$$P_{CD} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc}(\rho \cos \alpha) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho^2 \cos^2 \alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} H_{2n-1}(\rho \cos \alpha) \cdot \frac{g_2^{2n} (2n-1)!!}{(2n)! (2n)!!} \right\} \quad (5.56)$$

$$P_e = P_{AB} + P_{CD} - P_{AB} \cdot P_{CD} \quad (5.57)$$

(3) 再生搬送波および受信 P S K 信号の位相シフト

一般に搬送波再生回路は十分長い時定数を持っているので、再生搬送波は受信合成ベクトルの平均値でもって作られるとみなすことができる。従って、A型混変調雑音の場合にみられるように、干渉波のベクトル軌跡が受信 P S K 信号のベクトルに対して非対称であるような場合には、再生搬送波の位相は真の受信 P S K 信号の位相からずれる。このシフト量を $\delta\alpha$ とすれば、4 相 P S K 信号の誤り率を計算する際、式(5.55)

及び式 (5.56) 中の α の値として次式を適用する必要がある。

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \delta\alpha \quad (5.58)$$

上式において、位相シフト量 $\delta\alpha$ は、A型混変調雑音に対して次式で与えられる (式の誘導は付録 5.4 参照)。

$$\delta\alpha = \tan\beta \cdot \left\{ 1 - \frac{(S/I_{MA})}{\sqrt{(S/I_{MA})^2 - \cos\beta}} \right\} \quad (5.59)$$

上式から明らかなように、 β が 0 あるいは $\pi/2$ のとき $\delta\alpha$ は 0 となる。これは、干渉波のベクトル軌跡が P S K 信号の真の受信位相に対して、 β が 0 あるいは $\pi/2$ のとき対称となるからである。

次に、P S K 信号自身も非直線系通過時に AM/PM 変換効果を受けて位相がシフトする。従って、式 (5.55) 及び式 (5.56) を計算する際、 β の値をこのシフト量 $\delta\beta$ だけ補正する必要がある。この補正量 $\delta\beta$ は次式で与えられる。

$$\delta\beta = \tan^{-1} (D_0/F_0) \quad (5.60)$$

5.2.3 計算結果とその考察

(1) 混変調雑音による誤り率特性の劣化

式 (5.55) ~ (5.60) を用いて行った搬送波電力対雑音電力比 (C/N) に対する 4 相同期 P S K 信号のビット誤り率特性の計算結果を図 5.15 及び図 5.16 に示す。ただし、図 5.15 は A 型混変調雑音を対象としたものであり、図 5.16 は B 型混変調雑音を対象としたものである。図 5.15 中 β は近似的に AM/AM 変換による混変調雑音と AM/PM 変換による混変調雑音の比に相当しており、 0° のときは前者のみが、 90° のときは後者のみが存在していることを意味している。

図 5.17 は信号対混変調雑音電力比が 16 dB の場合を例にとって、誤り率が 10^{-4} 及び 10^{-6} 時の混変調による C/N の等価的な劣化量を β を変数として求めたものである。

以上の計算結果より以下に述べる結論を導くことができる。

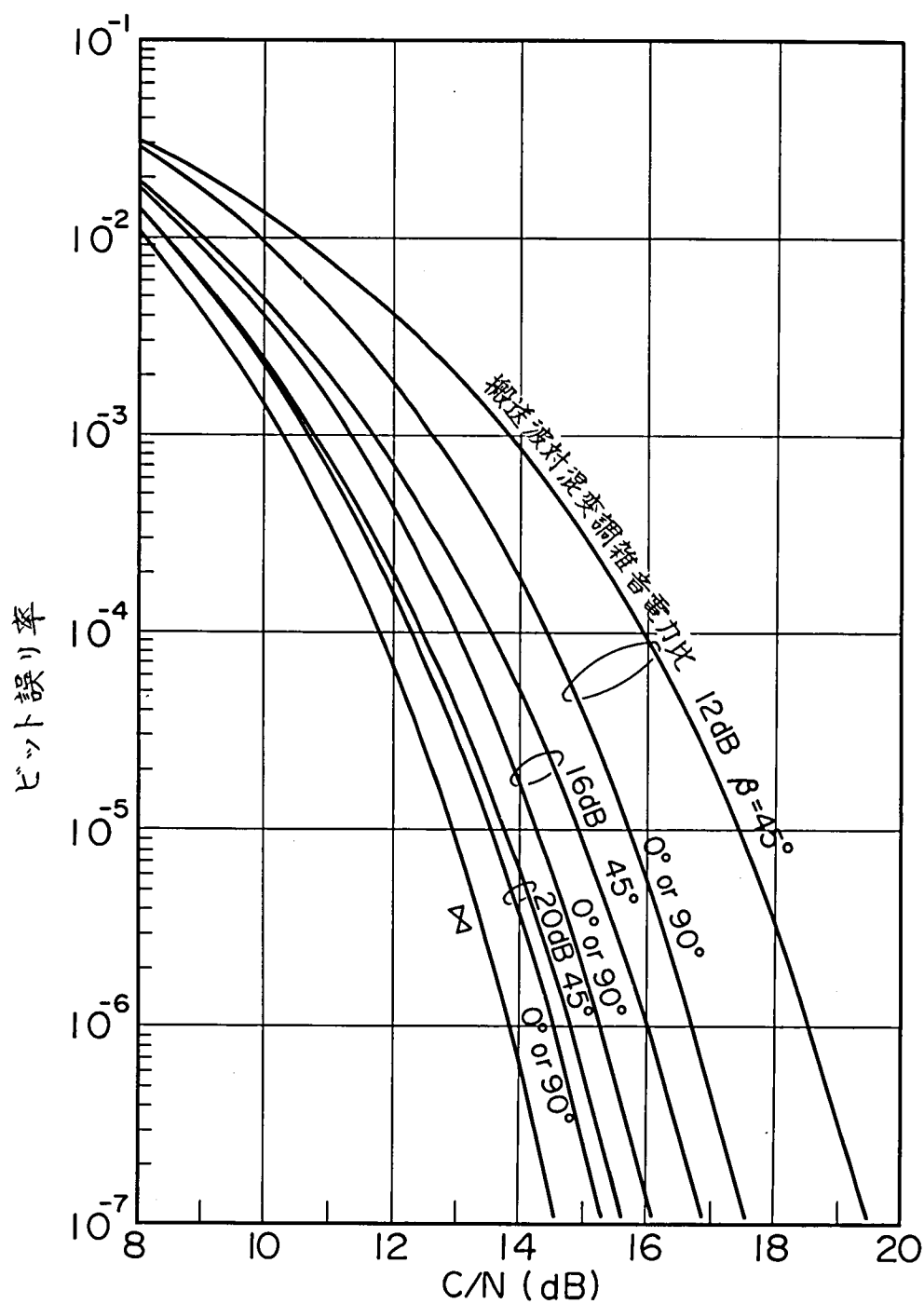


図 5. 15 A型混変調雑音の影響を受けた4相CPSK信号
ビット誤り率特性

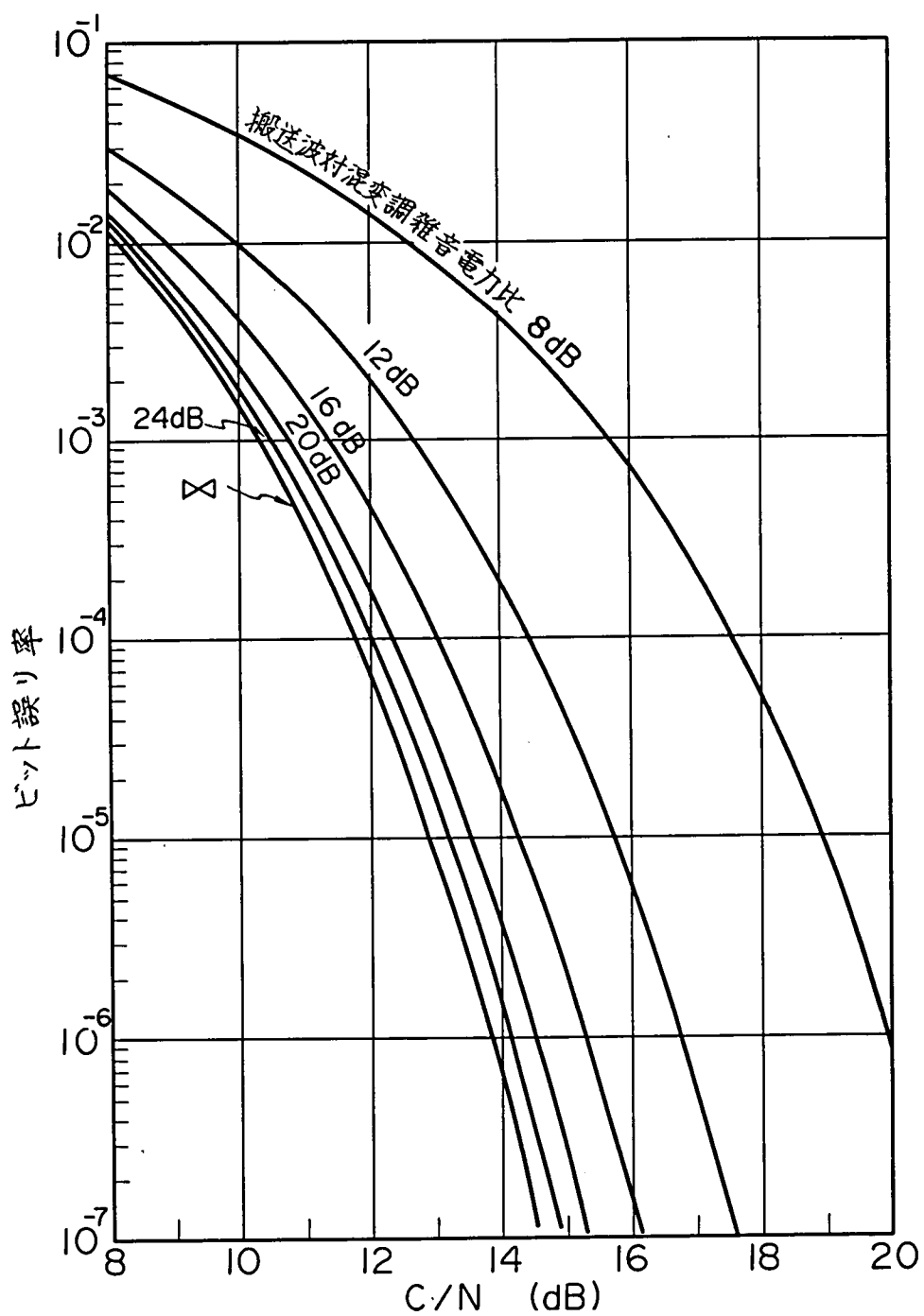


図 5.16 B型混変調雑音の影響を受けた4相CPSKのビット誤り率特性

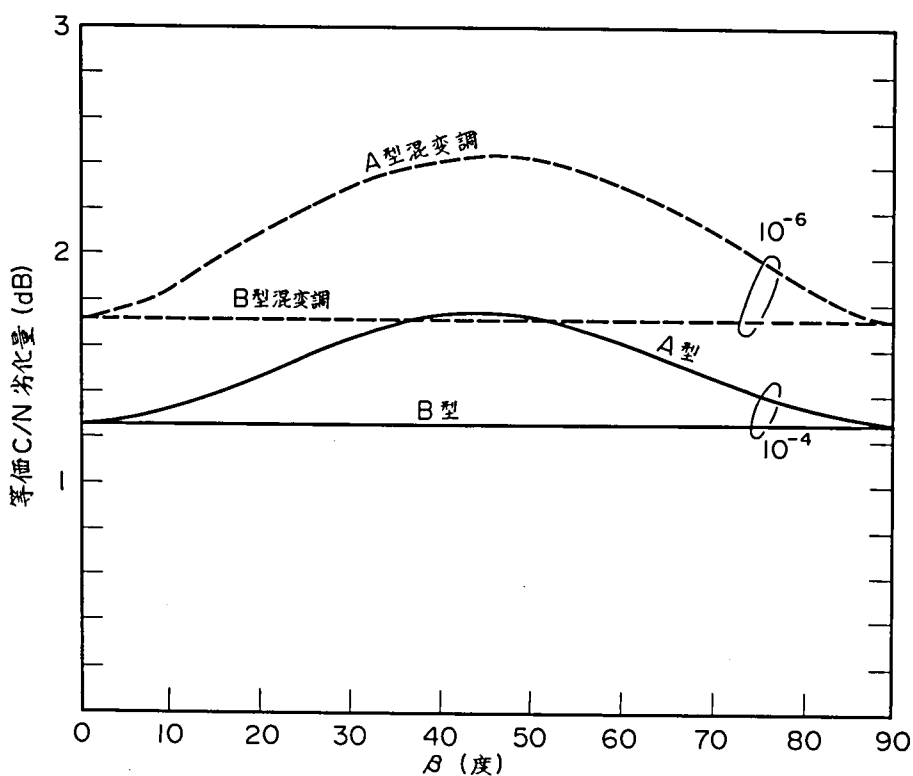


図 5.17 β に対する等価 C/N 劣化量

- ① AM/AM変換あるいはAM/PM変換のいずれか一方のみが存在する場合、信号対混変調雑音電力比が同じならば、A型混変調雑音がPSK信号のビット誤り率特性に与える影響はB型によるものと等しくなり、且つこれはランダムな位相関係にある単一正弦波を干渉波とした時の影響に等しい。
- ② A型混変調雑音がPSK信号のビット誤り率特性に与える影響は全混変調雑音量を同じとしたとき、 β の値に依存し、 β が 45° のとき、すなわちAM/AM変換による混変調雑音とAM/PM変換によるものがほぼ等しいとき最大となる。

(2) 実システムへの適用

次に、現在KDD茨城衛星通信所において実用に供されている最大出

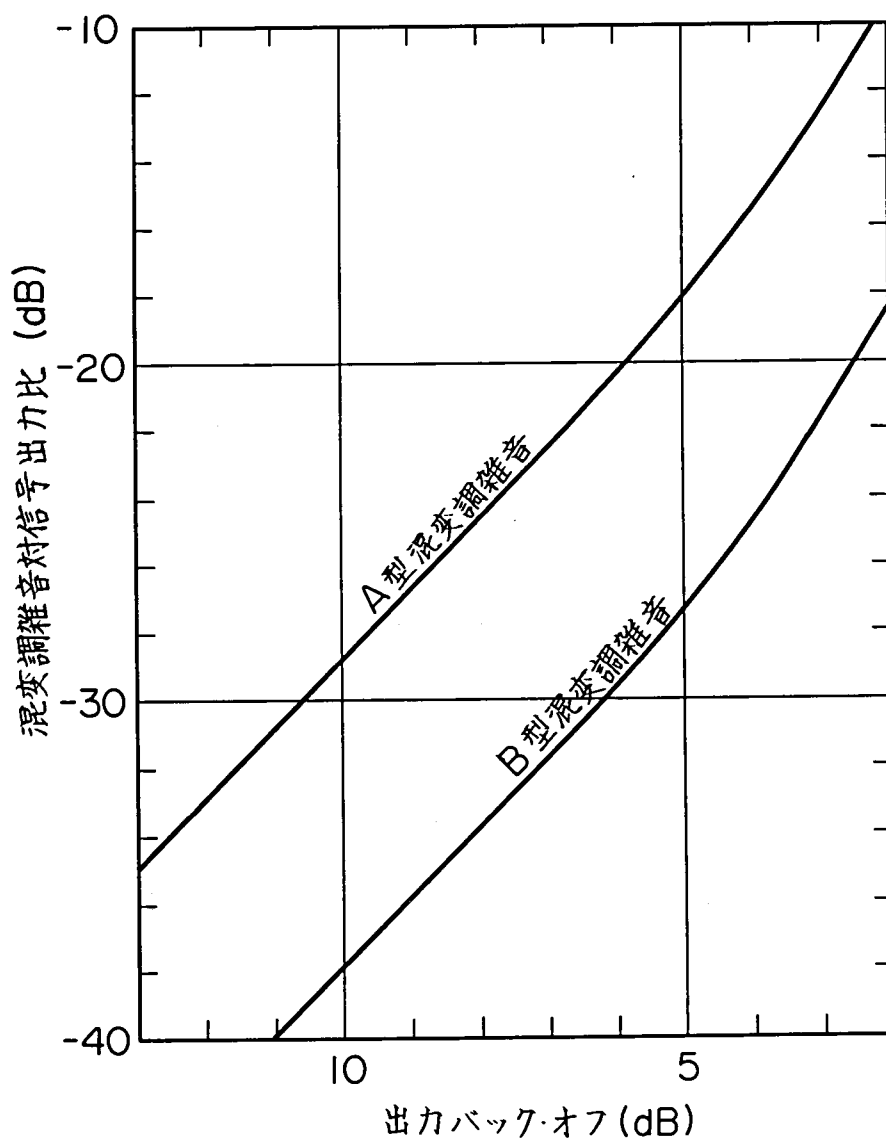


図 5. 18 等振幅 3 周波入力時の P S K 信号帯域内に落ち込む混変調雑音出力
ただし、進行波管の入出力特性は図 2. 3 にしたがう

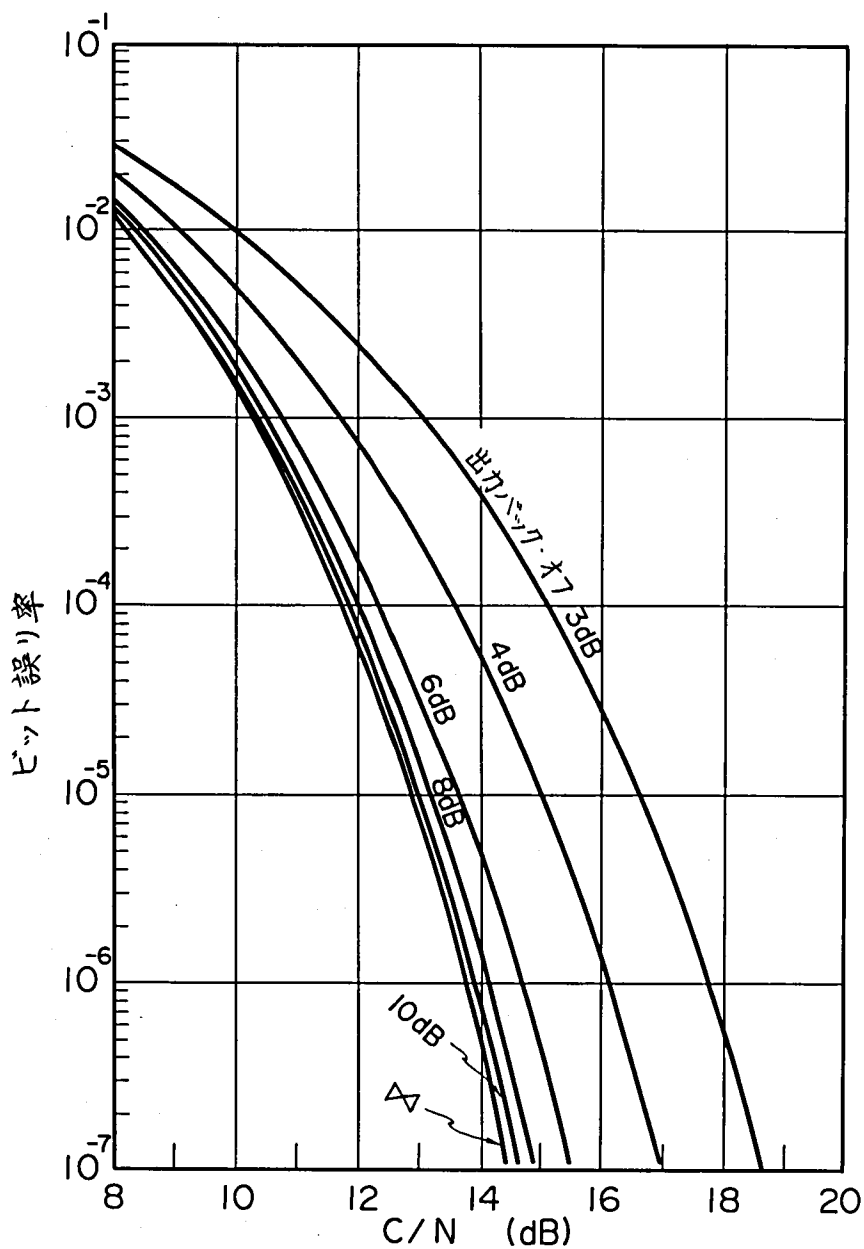


図 5.19 A 型混変調雑音の影響を受けた 4 相 CPSK 信号のビット誤り率特性
 ただし、等振幅 3 周波入力時でかつ進行波管の入出力特性は図 2.3 にしたがう

力が8キロワットの大電力進行波管(第2章 図2.3参照)を例にとって、混変調雑音がPSK信号の誤り率特性に及ぼす影響について述べる。

図5.18は、すべて振幅が等しいPSK信号1周波と他の任意の2搬送波とを共通増幅する際生じるA型及びB型混変調雑音の出力バックオフに対する計算結果であり、A型混変調雑音がB型混変調雑音よりも9dB以上も大きいことを示している。それ故に、最悪の場合を想定して図5.19にA型混変調雑音によって影響を受けたPSK信号のビット誤り率特性を出力バックオフをパラメータとして示した。同図から明らかなように、出力バックオフが10dB以上ならば混変調雑音のPSK信号への影響は問題とならないが、出力バックオフを小さくしてゆくことに従って誤り率は急激に増大している。

5.3 共通増幅時におけるFM信号劣化

5.3.1 対象とする通信システムと解析モデル

(1) 対象とする通信システム

5.2節の研究が、進行波管においてPSK信号とFM信号とを共通増幅する際に生じる混変調雑音がPSK信号に及ぼす影響を取り扱っていたのに対して、本節の研究はPSK/TDMA信号がFM信号に及ぼす影響に関するものである。具体的には、衛星通信システムを対象としており、衛星中継器あるいは地球局送信機における共通増幅時の問題を取り扱ったものである。

なお、筆者等は、1970年4月から8月にかけてインテルサットⅢ号衛星を介して世界に先がけて一連のPSK/TDMA方式に関する衛星実験を行ったが、⁽⁵⁴⁾ 同通信衛星は既に商用に供されており、衛星実験に先だって、予めPSK/TDMA信号が現用のFM信号に及ぼす影響がないことを確認しておく必要があった。すなわち、現用のFM信号に及ぼす影響が無視できる範囲内でのみ衛星実験が許されるのであり、本節の研究によってこの許容範囲を明らかにすることができた。

(2) 解析モデル

解析モデルとしては、PSK/TDMA信号が1波、FM信号が1波進行波管にて共通増幅される場合を対象とする。このとき進行波管の非直線性によって $(2f_1 - f_2)$ 、 $(2f_2 - f_1)$ の周波数帯および f_1 、 f_2 の周波数帯に図5.20に示すような混変調雑音が生じる。ただし、 f_1 および f_2 はそれぞれPSK/TDMA信号及びFM信号の搬送波周波数である。

ところで、FM信号に着目したとき最も問題となる混変調雑音は、FM信号の無線帯域内に生じたAM/PM変換による混変調雑音である。つまり、この混変調雑音は、復調FM信号の信号対雑音電力比 (S/N) を直接劣化させるものである。

したがって、本節では、進行波管を入力合成信号振幅によって出力信号位相が変化する一種の位相変調器とみなして、図5.21に示す伝送系モデルによって解析を進める。⁽⁵⁵⁾

すなわち、FM信号の伝送系のみに着目し、PSK/TDMA信号の振幅変動成分は進行波管入力 of 包絡線振幅 $e(t)$ の中で考える。

このとき、進行波管入力点におけるFM信号 $S(t)$ は次式で与えられ

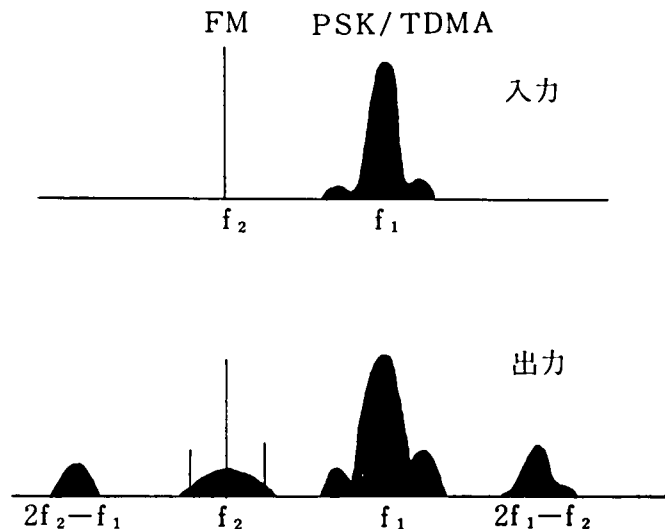


図 5.20 共通増幅時の入出力スペクトラム

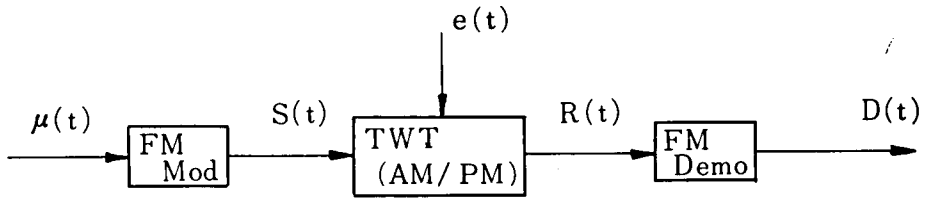


図 5. 21 解析モデルと各部信号表示

る。

$$S(t) = E \cos \left\{ \omega_c t + \omega_d \int_0^t \mu(t) dt \right\} \quad (5.61)$$

ただし、

E ; FM波の振幅

ω_c ; FM信号の搬送波角周波数 ($= 2\pi f_c$)

ω_d ; 最大角周波数偏移

$\mu(t)$; FM波の変調信号

進行波管出力のFM信号波形 $R(t)$ は AM/PM変換を受けたことにより次式となる。

$$R(t) = G(e) \times E \cos \left\{ \omega_c t + \omega_d \int_0^t \mu(t) dt + \phi(e) \right\} \quad (5.62)$$

ただし、

$G(e)$; 入出力振幅特性

$\phi(e)$; AM/PM変換特性

したがって、FM信号の復調波形 $D(t)$ は次式となる。

$$D(t) = K \left[\omega_d \mu(t) + \frac{d}{dt} \left\{ \phi(e) \right\} \right] \quad (5.63)$$

ただし、

K ; 比例定数

式 (5.63) より明らかなように、FM信号の復調波形 $D(t)$ には、変調信号 $\mu(t)$ に新たに AM/PM変換によって $\frac{d}{dt} \left\{ \phi(e) \right\}$ が付け加わったことになる。したがって、AM/PM変換を表わす関数 $\phi(e)$ および包絡線振幅 $e(t)$ がわかれば式 (5.63) を解くことによって、AM/PM変

換によって受ける影響を定量的に知ることができる。

ところで、実システムを考慮した時、一般にPSK/TDMA 信号レベルはFM信号のそれよりはるかに大きい。したがって、以下の解析においては、進行波管入力信号の包絡線振幅 $e(t)$ がPSK/TDMA 信号の包絡線振幅に等しいと近似している。

5.3.2 AM/PM変換特性⁽⁵⁶⁾

一般に、AM/PM変換特性、つまり入力信号振幅に対する出力位相特性は、1周波入力時と2周波入力時とで異なる。ただし、ここで2周波入力時とは、1周波の入力信号を固定し、他の1周波入力レベルを変化させたときに、固定した信号の位相がどのように変化するかを対象とするものである。

ここでは、AM/PM変換効果が復調FM信号に及ぼす影響に関する解析に先だって、上記AM/PM変換特性の差異を理論的並びに実験的に明らかにする。

(1) 計算式の誘導

1周波入力時の入力信号 $V_{i1}(t)$ 及び出力信号 $V_{o1}(t)$ を次式で与える。

$$V_{i1}(t) = E_1 \cos \omega_1 t \quad (5.64)$$

$$V_{o1}(t) = G(E_1) \cos(\omega_1 t + \phi(E_1)) \quad (5.65)$$

次に、2周波共通増幅時の入力信号 $V_{i2}(t)$ を次式で表わす。

$$\begin{aligned} V_{i2}(t) &= E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t \\ &= e \cos(\omega_1 t + \phi(t)) \end{aligned} \quad (5.66)$$

ただし、

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t} \\ \phi(t) &= \tan^{-1} \frac{E_1 \sin(\omega_1 - \omega_2)t}{E_2 + E_1 \cos(\omega_1 - \omega_2)t} \end{aligned}$$

このとき、出力信号 $V_{o2}(t)$ は、次式となる。

$$V_{o2}(t) = \frac{G(e)}{e} [E_1 \cos\{\omega_1 t + \phi(e)\} + E_2 \cos\{\omega_2 t + \phi(e)\}] \quad (5.67)$$

ここで、対象としている伝送系モデルにおいては、一定振幅信号のレベルが他方の信号のレベルと比較して十分小さいと考えているので、 $E_1 \gg E_2$ とすれば、 e 及び $\phi(e)$ は近似的に次式で与えられる。

$$e \cong E_1 + E_2 \cos(\omega_1 - \omega_2) t \quad (5.68)$$

$$\begin{aligned} \phi(e) &\cong \phi(E_1) + \frac{d\phi(E_1)}{de} (e - E_1) \\ &= \phi(E_1) + r E_2 \cos(\omega_1 - \omega_2) t \end{aligned} \quad (5.69)$$

ただし、

$$r = \frac{d\phi(E_1)}{de}$$

式(5.68)、(5.69)を用いることによって、さらに $r E_2 \ll 1$ とおくことによって式(5.67)は次式のように展開できる(57)(式の誘導は付録5.5参照)。

$$\begin{aligned} V_{o2}(t) &\cong \frac{G(e)}{e} [E_1 \cos\{\omega_1 t + \phi(E_1)\} + E_2 \sqrt{1 + \frac{1}{2} r E_1} \cos\{\omega_2 t + \phi(E_1) \\ &\quad + \tan^{-1}(\frac{1}{2} r E_1)\} - \frac{E_1 E_2}{2} r \sin\{2\omega_1 - \omega_2)t + \phi(E_1)\}] \end{aligned} \quad (5.70)$$

したがって、2周波共通増幅時における小信号 E_2 に着目したとき、AM/PM変換特性 $\phi'(E_1)$ は次式で与えられる。

$$\phi'(E_1) = \phi(E_1) + \tan^{-1}(\frac{1}{2} r E_1) \quad (5.71)$$

式(5.71)において $\frac{1}{2} r E_1 \ll 1$ の場合には $\tan^{-1}(\frac{1}{2} r E_1) = \frac{1}{2} r E_1$ となる。この場合の、1周波入力時と2周波入力時のAM/PM変換特性の相互関係を示したが図5.22である。すなわち、1周波入力時のAM/PM変換特性が図中実線で示すように与えられたとする。このとき、曲線 $\phi(E_1)$ 上の点Pにおいて $\phi(E_1)$ の接線を引きy軸との交点をAとすれば $\overline{AB} = \frac{d\phi(E_1)}{de} \cdot E_1$ となる。したがって、 $\overline{PP'} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ の関係を満足するような点P'を図のようにとってやれば、点P'が描く軌跡が2周波入力時のAM/PM変換特性となる。

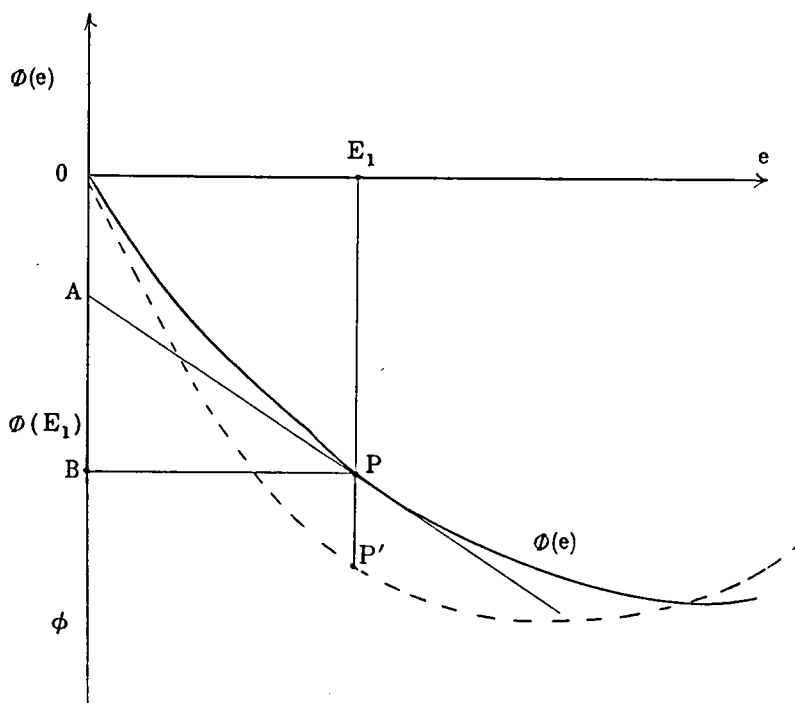


図 5.22 1 周波入力時と 2 周波入力時との出力位相差の関係

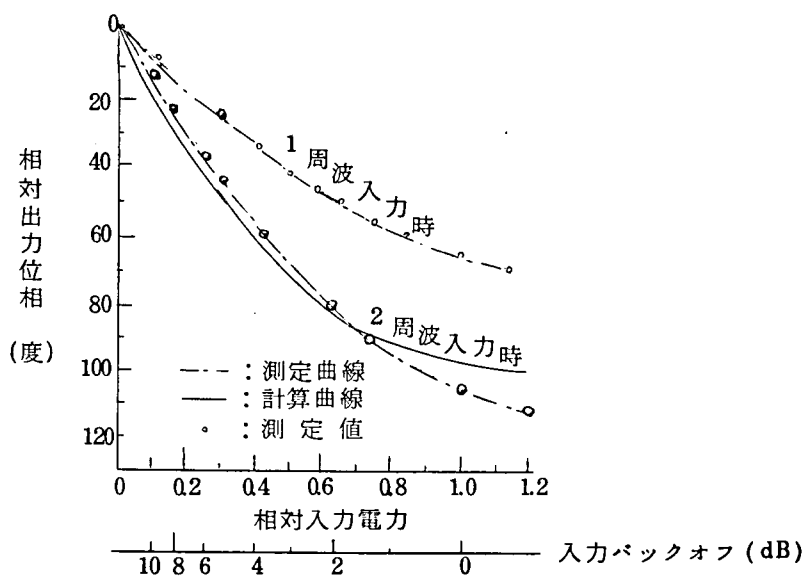


図 5.23 1 周波入力時と 2 周波入力時の AM/PM 変換特性

(2) 計算及び実験結果

図 5.23 に実験及び計算結果を示す。同図において、計算結果とは、1 周波入力時の実測値をもとに式 (5.71) を用いて求めたものであり、実測値と計算値とは、入力バックオフが 1 dB 以上の領域で、誤差 3 度以内で良く一致している。また、同図より明らかなように、2 周波入力時の AM/PM 変換量は、1 周波入力時のそれに比べて 2 倍近くも大きくなっている。

したがって、本節で取り扱うような伝送系モデルにおいては、この点を十分考慮して解析を進める必要がある。

5.3.3 一般的解析 (58)

(1) 復調 FM 信号の信号対雑音電力比

式 (5.63) において、右辺第 1 項が信号成分であり、第 2 項が雑音成分である。したがって、変調信号として多重電話信号を考えると、ベースバンド周波数 f_B の電話チャネル (3.1 kHz 当たり) の信号対雑音電力比、 $(S/N)f_B$ は次式で与えられる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)f_B = 10 \log \frac{\int_{f_B}^{f_B + 3100} \omega_d^2 U(f) df}{\int_{f_B}^{f_B + 3100} F(f) df} \quad (\text{デシベル}) \quad (5.72)$$

ただし、 $U(f)$ 及び $F(f)$ はそれぞれ $\mu(t)$ 及び $\frac{d}{dt}\{\phi(e)\}$ の電力スペクトルである。

進行波管の AM/PM 変換特性 $\phi(e)$ は、第 2 章 式 (2.7) で示したように、一般に入力包絡線振幅の偶関数で表現できる。ここでは $\phi(e)$ を近似的に次式で与える。

$$\phi(e) = -(\theta_0 + \theta_2 e^2) \quad (5.73)$$

このとき、 $(S/N)f_B$ は式 (5.72) 及び (5.73) より次式となる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)f_B = 10 \log \frac{\omega_d^2 \int_{f_B}^{f_B + 3100} U(f) df}{\theta_2^2 \int_{f_B}^{f_B + 3100} N(f) df} \quad (\text{デシベル}) \quad (5.74)$$

ただし、 $N(f)$ は $de^2(t)/dt$ の電力スペクトルである。

ところで、PSK/TDMA 信号の振幅変動成分は、下記の 2 種類に大別することができる。

- (a) PSK 変調波を帯域制限したことにより位相変換点で生じるくびれ成分
- (b) TDMA 信号が断続状の波形であるが故に生じる TDMA フレーム周期の振幅変動成分

したがって、以下、FM 信号が受ける影響を、帯域制限を受けた PSK 信号による影響と断続波形による影響とに分けて解析を進める。

(2) 帯域制限を受けた PSK 信号による影響

PSK 信号の変調相数が 2 相の時、最も振幅変動成分が大きい。そこで、ここでは 2 相 PSK 信号を対象とする。

帯域制限を受けた 2 相 PSK 信号の自乗包絡線振幅 $e^2(t)$ は、図 5.24 (b) のようになる。すなわち、位相変換点毎に確率 p でくびれがある。そこで、これをモデル化して考え各くびれの波形 $g(t)$ を次式で与える。

$$g(t) \begin{cases} = \frac{1 + \cos \frac{2\pi t}{T}}{2} r & ; \text{ for } t \leq \left| \frac{T}{2} \right| \\ = 0 & ; \text{ for } t > \left| \frac{T}{2} \right| \end{cases} \quad (5.75)$$

ただし、 T は 2 相 PSK 信号の単位ビット長である。

このとき、自乗包絡線振幅 $e^2(t)$ は次式で与えられる。

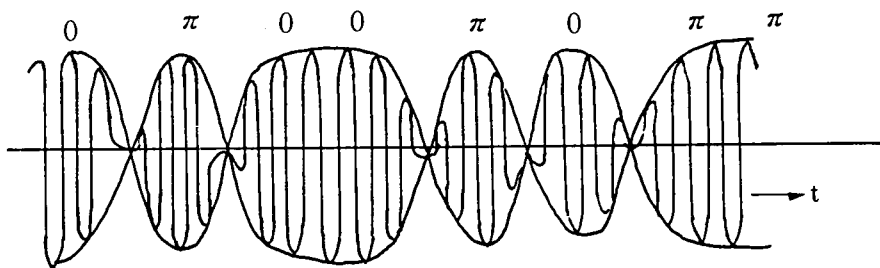
$$e^2(t) = r - h(t) \quad (5.76)$$

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (5.77)$$

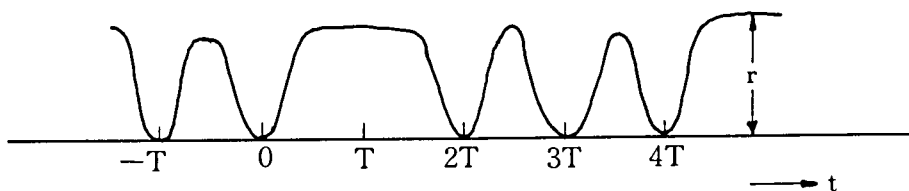
ただし、 a_n は確率 p で 1、確率 $(1-p)$ で 0 の値をとる係数である。

したがって、 $e^2(t)$ の微分波形 $de^2(t)/dt$ は次式となる。

$$\frac{de^2(t)}{dt} = \frac{dh(t)}{dt} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g'_n(t-nT) \quad (5.78)$$



(a) 信号波形



(b) 自乗包絡線振幅

図 5.24 2 相 P S K 信号

$$g'(t) = \frac{dg(t)}{dt} \begin{cases} = -\frac{\pi r}{T} \sin \frac{2\pi t}{T} & ; \text{for } t \leq \left| \frac{T}{2} \right| \\ = 0 & ; \text{for } t > \left| \frac{T}{2} \right| \end{cases} \quad (5.79)$$

ここで、 $g'(t)$ の周波数スペクトルを $G(f)$ とすれば、式 (5.74) の $N(f)$ つまり $de^2(t)/dt$ の電力スペクトルは、ウィーナーキンチンの関係式を用いることによって次式となる。(式の誘導は付録 5.6 参照)

$$N(f) = \frac{p(1-p)}{T} |G(f)|^2 + \frac{p}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(\frac{m}{T}\right)^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \quad (5.80)$$

ところで、 $G(f)$ は次式で与えられる。(式の誘導は付録 5.7 参照)

$$G(f) = \frac{2r \sin(\pi f T)}{1 - (fT)^2} \quad (5.81)$$

したがって、式 (5.80) 及び (5.81) より $N(f)$ の値は次式となる。

$$N(f) = \frac{r^2}{2T} \left\{ \frac{\sin(\pi f T)}{1 - (fT)^2} \right\}^2 + \frac{2r^2}{T^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(\pi m)}{1 - m^2} \right\}^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \quad (5.82)$$

ただし、ここでは、 $p=1/2$ すなわち変調信号の位相をランダムと仮定している。

さて、一般に、対象としている周波数 f は P S K 信号の変調周波数 $1/T$ に比べて十分小さい。したがって、式 (5. 82) において $fT \ll 1$ とおくことによって近似的に次式が得られる。

$$N(f) \cong 5r^2 f^2 T \quad (5. 83)$$

次に、式 (5. 74) において、信号成分の電力スペクトル $U(f)$ は、信号として単一正弦波を考えたとき、次式となる。

$$U(f) = \frac{1}{2} \delta(f - f_B) \quad (5. 84)$$

結局、式 (5. 83) 及び (5. 84) を式 (5. 74) に代入することによって、復調 F M 信号の信号対雑音電力比 $(S/N)_{f_B}$ は次式となる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{f_B} = 10 \log \frac{\omega_d^2}{31000(\theta_z r)^2 f_B^2 T} \quad (\text{デシベル}) \quad (5. 85)$$

(3) TDMA 信号の断続状波形による影響

図 5. 25 (a) に示すような TDMA 信号を対象としたとき、その自乗包絡線振幅は次式で与えられる。

$$e^2(t) = r \frac{\sum_{n=0}^m (t_{2i+1} - t_{2i})}{T_0} + r \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \sin\left(2\pi \frac{n}{T_0} t\right) + b_n \cos\left(2\pi \frac{n}{T_0} t\right) \right\} \quad (5. 86)$$

ただし、

$$a_n = \frac{1}{\pi n} \sum_{i=0}^m (-1)^{i+1} \sin\left(2\pi n \frac{t_i}{T_0}\right)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi n} \sum_{i=0}^m (-1)^i \cos\left(2\pi n \frac{t_i}{T_0}\right)$$

r, m, t_i, T_0 は図 5. 25 にしたがう。

このとき、式 (5. 74) の $N(f)$ の値は次式となる。(式の誘導は付録 5. 8 参照)

$$N(f) = r^2 \frac{2}{T_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^2 + B_n^2) \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (5. 87)$$

ただし、

$$A_n = \sum_{i=0}^m (-1)^{i+1} \sin(2\pi n \frac{t_i}{T_0})$$

$$B_n = \sum_{i=0}^m (-1)^i \cos(2\pi n \frac{t_i}{T_0})$$

したがって、式(5.87)及び(5.84)を式(5.74)に代入することによって、TDMA信号の断続状波形の影響を受けた復調FM信号の信号対雑音電力比 $(S/N)_{f_B}$ は次式となる。

$$(S/N)_{f_B} = 10 \log \frac{\frac{1}{4} \omega_d^2 T_0^2}{\theta_2^2 r^2 (A_n^2 + B_n^2) \delta(f - \frac{n}{T_0})} \quad (\text{デシベル}) \quad (5.86)$$

上式より明らかなように、雑音成分は、TDMA信号の繰返し周波数 $1/T_0$ の整数倍のところに線スペクトラムとなって表われている。

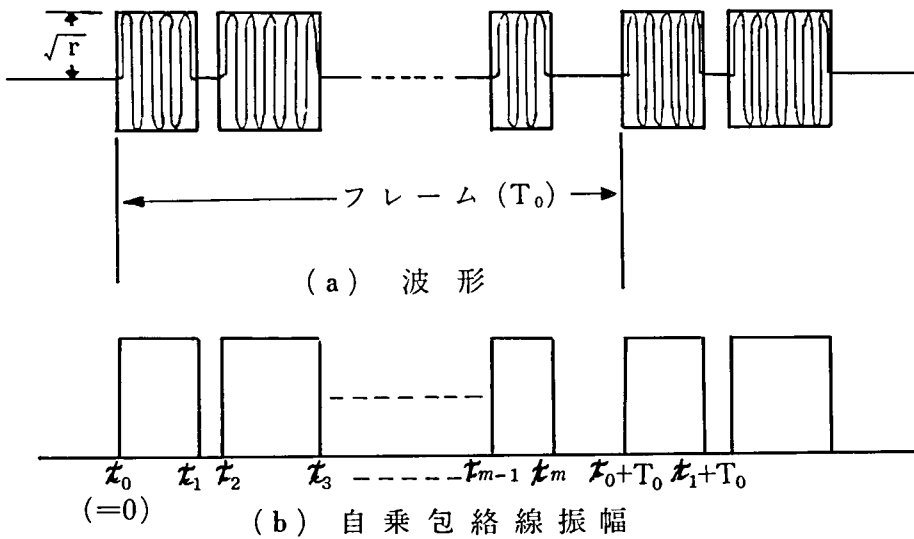


図 5.25 TDMA 信号の 1 例

5. 3. 4 実験及び計算結果とその考察

(1) 帯域制限されたP S K信号による影響

表 5. 3 に示した諸元を用いて、帯域制限された 2 相 P S K 信号が F M 信号に及ぼす影響に関する実験を行った。

写真 5. 1 は、ランダムに変調された P S K 信号の周波数スペクトラムを示している。写真 5. 2 は、入力バックオフを 5 dB として、共通増幅したときの、P S K 信号の影響を受けた F M 信号の周波数スペクトラムを示している。なお、写真 5. 2 は、無変調 F M 信号を対象としたものである。同写真より明らかなように、F M 信号の搬送波周波数付近で雑音が生じており、また、搬送波周波数から 25 MHz 離れたところで線スペクトルが生じている。これらは、いずれも、P S K 信号の振幅変動成分によって進行波管内で生じた混変調雑音である。

写真 5. 3 は、同一の条件下における復調 F M 信号の周波数スペクトラムを示しており、100 kHz の正弦波を F M 信号の被変調波としている。同写真より明らかなように、雑音は周波数が高くなるにつれて増加しており、この傾向は式 (5. 83) から明らかなである。

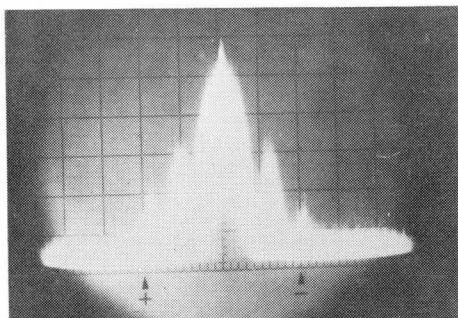


写真 5.1 P S K 波のスペクトラム
vertical scale ; 10 dB/div
horizontal scale ; 30 MHz/div
center frequency ; 6,900 MHz

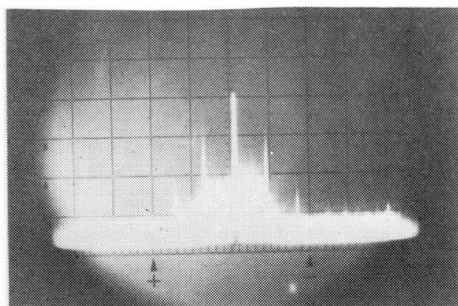
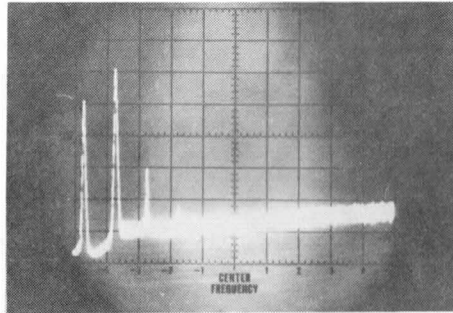


写真 5.2 P S K 波の影響を受けた
F M 波のスペクトラム
vertical ; 10 dB/div
horizontal ; 30 MHz/div
center frequency ; 6,170 MHz



(from zero Hz to 1 MHz)

vertical ; 10 dB/div

horizontal ; 0.1 MHz/div

IF Band Width; 3 KHz

写真 5. 3 P S K波の影響を受けた
F M波の復調スペクトラム
(Test tone frequency 100 KHz)

なお、写真 5. 3 の測定に際しては、スペクトラム分析器の実効単位周波数幅を 3 kHz と設定しており、縦軸目盛の 100 kHz 正弦波信号からの差がほぼ復調 F M 信号の (S/N) に相当している。

図 5. 26 は、進行波管入力バックオフと復調 F M 信号の (S/N) との関係の実測及び計算結果を示したものである。ただし、計算値とは式 (5. 85) を用いて行ったものである。

同図及び写真 5. 3 より以下のことが明らかである。

- ① 復調 F M 信号の雑音スペクトルは周波数の自乗に比例して大きくなるいわゆる三角雑音となる。
- ② S/N 特性に関して、計算結果は実測結果より 3 デルベル弱大きな値を示している。この差は、計算に際して、AM/PM 変換特性として 2 乗項のみを考慮し高次の項を省略した結果生じたものと思われる。
- ③ 現在の国際商用衛星通信システムにおいては、混変調雑音による復調 F M 信号の S/N を 53 デシベルと規定しているが、この規格を満足

するためには6デシベル以上の入力バックオフが必要である。

表 5.3 実験及び計算に際して用いた諸元

PSK信号の変調速度	$1/T$	25 Mbps
TDMA信号の繰返し周波数	$1/T_0$	8 kHz
F M信号の実効周波数偏移	ω_d	580 kHz
FM信号の対象ベースバンド周波数	f_B	200 kHz
AM/PM交換量	$(r\theta_1)$	図5.23に従う

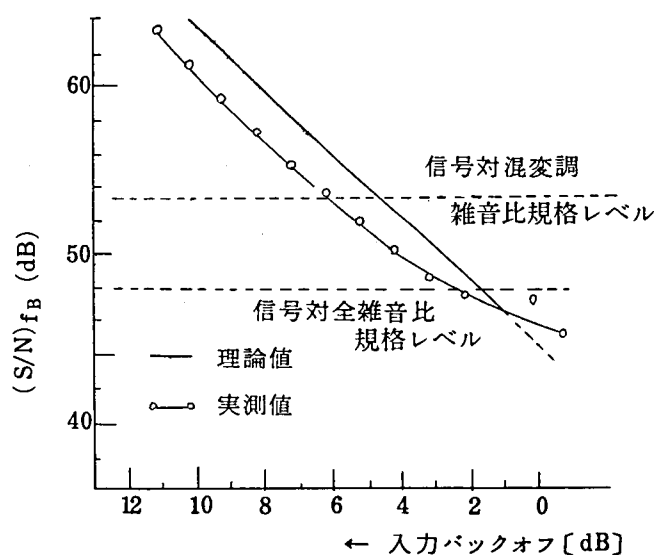


図 5.26 帯域制限されたP S K波に起因する
復調F M信号の品質劣化量

8.4.2 TDMA信号の断続状波形による影響

写真 5.4 は、図 5.27 に示されたような断続状の波形を有する TDMA 信号によって影響を受けた復調 F M 信号の雑音スペクトルを示している。同写真より明らかなように、復調 F M 信号には 8 kHz 間隔で線スペクトルが生じている。この線スペクトルは進行波管の AM/PM 変換によって生じたものであり、その大きさは式 (5.86) を用いて計算することができる。

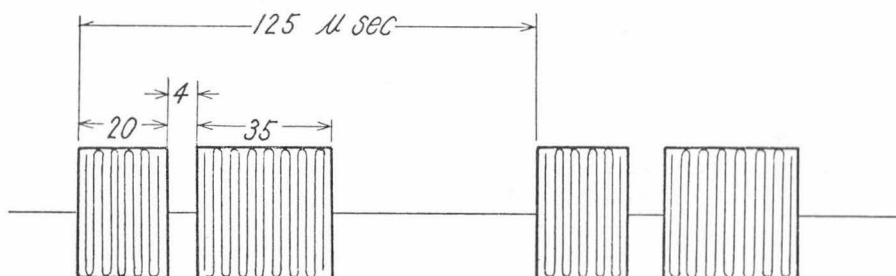
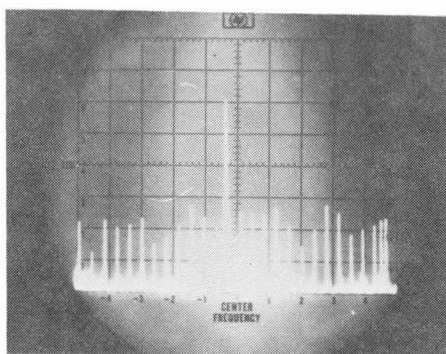
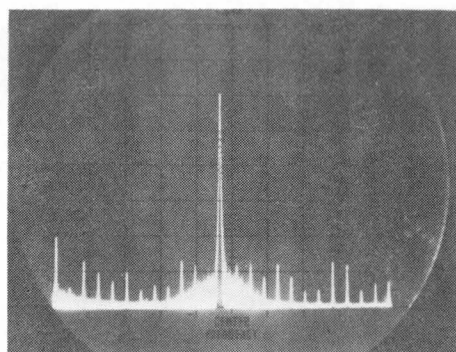


図 5. 27 実験に用いた TDMA 信号波形



(a) 出力バックオフ 2 dB



(b) 出力バックオフ 10 dB

写真 5. 4 TDMA波の影響を受けたFM波の復調信号スペクトラム

(from zero Hz to 200 KHz)

vertical ; 10 dB/div
horizontal ; 20 KHz/div
test tone ; 100 KHz

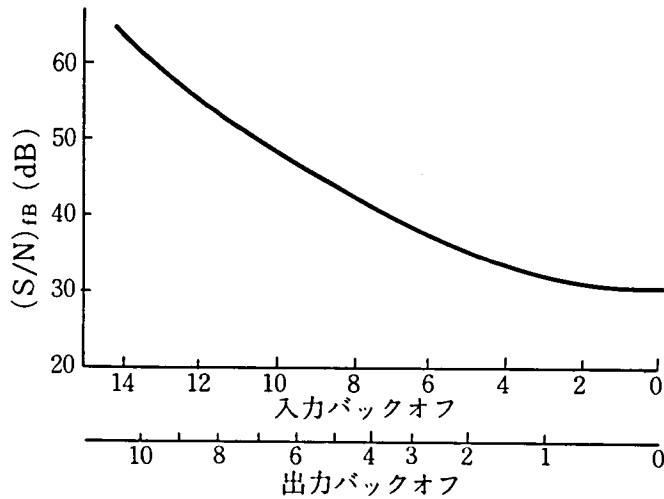


図 5. 28 T D M A 信号の断続状波形に起因する復調 F M 信号の品質劣化量。ただし、2 パーストの場合

図 5. 28 は、写真 5. 4 におけると同一の条件下で、式 (5. 86) を用いて求めた進行波管のバック・オフに対する線スペクトルの最大値を示している。

写真 5. 4 は出力バックオフが 2 dB の場合の実験結果であり、その最大値 - 35 dB は図 5. 28 の計算結果と良く一致している。

結論として、実験及び計算結果より以下のことが明らかである。すなわち、

復調 F M 信号は、T D M A 信号の繰返し周波数の整数倍のところに線スペクトルが現われる。T D M A 信号の繰返し周波数が 8 k H z のときには、この線スペクトルは通常の 4 k H z 電話信号に影響を及ぼさないが、4 k H z の整数倍以外の繰返し周波数が選ばれた時には、大きな了解性雑音となる。そして、この雑音量は、進行波管を飽和点付近で動作させる限り、国際標準規格 (現在、了解性雑音は C C I T T において - 65 d B m 0 以下と規定されている。) を大幅に破る。

第6章 結 論

衛星通信のように伝送路が強い非直線特性を有する通信システムにおいて発生する混変調雑音、およびその影響の軽減対策ならびに混変調雑音を含めて伝送路の非直線特性が信号に及ぼす影響に関する理論的考察を行ない、一部実験によってその理論の正当性を確認した。

本論文各章の要点及び主要な結論は以下のとおりである。

第2章のまとめ

第2章では、入出力振幅非直線性及びAM/PM変換効果を有する増幅器によって、複数の信号を共通増幅する際生じる3次混変調雑音に関する一般的考察を行った。

まず2.1節において、現在衛星通信等無線通信の分野で広範囲に用いられている進行波管を対象として、非直線特性と3次混変調雑音との関係を論じるとともに、3次混変調雑音の一般的性質を明らかにした。得られた主要な結論は以下の通りである。

- (1) 3次混変調雑音としては、 $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型のものと $(2f_1 - f_2)$ 型のものがあるが、前者は後者よりも6デシベルつまり振幅値で2倍大きい。また、共通増幅される信号数が多くなった時、 $(f_1 + f_2 - f_3)$ 型混変調雑音が $(2f_1 - f_2)$ 型混変調雑音よりも圧倒的に多くなる。
- (2) 飽和領域よりも数デシベル以上余裕を持って動作レベルを選んだ時、3次混変調雑音の出力レベルは入力信号レベルのほぼ3乗に比例して増減する。
- (3) 多数の等振幅信号が等間隔に配列されている場合に生じる3次混変調雑音のスペクトル分布は、中央で最大、端へ近づくにつれて減少する2次曲線となり、かつ帯域内における最大レベルと最小レベルとの比は3対2となる。
- (4) 増幅器の動作レベルを同じとした時、共通増幅される信号数が増すにつれて3次混変調雑音の出力レベルも増加し、信号数が十分大きい領域では、

3 周波入力時に比較して、最大混変調出力レベルは約 3.4 倍となる。

次に、2.2 節では、代表的な FM 多重電話信号の電力スペクトル及び FM 信号相互間で作られる 3 次混変調雑音の電力スペクトルに関する解析を行った。得られた主要な結論は以下の通りである。

- (5) 変調信号が繰り返し周期の長い対称三角波の場合、FM 波の電力スペクトルは、最大周波数偏移内で一様、それ以外の周波数領域で零と近似することができる。
- (6) FM 信号の電力スペクトルが正規分布の時、それらによって作られる 3 次混変調雑音の電力スペクトルもまた正規分布となる。
- (7) 帯域内で一様なスペクトルを有する FM 信号相互間で作られる 3 次混変調雑音の電力スペクトルは、中央で最大値を有する 2 次曲線となる。
- (8) 信号スペクトルの尖頭値が同じならば、一様分布型 FM 信号から作られる 3 次混変調雑音の電力スペクトルの尖頭値は、正規分布型 FM 信号から作られる 3 次混変調雑音のそれに比べて約 1.3 倍大きい。

第 3 章のまとめ

第 3 章では、多数の等振幅信号が非直線特性を有する増幅器によって共通増幅される場合における最適信号チャネル配列法に関する理論的研究を行った。

まず、3.1 節では、任意の信号相互間で作られる 3 次混変調雑音がいかなる信号帯域にも落ち込まないような信号チャネル配列（筆者はこのような配列を単純差集合配列と名付けた。）を論じた。このような配列法は、かつて Babcock によって提案され、既に信号数が 10 以下の場合について組み合わせ計算を実行することによって具体的配列解が求められていたが、信号数が 11 以上については計算時間の制約上解を得ることはほとんど不可能であると従来云われていた。3.1 節では、このような単純差集合配列の解法を定差集合理論と関連づけて解析的に誘導可能であることを明らかにするとともに、信号数が 32 以下の場合を例にとって具体的配列解を求めた。

次に 3.2 節では、単純差集合配列を行なうほど割当て帯域幅に余裕がない場合

を対象として、3次混変調積のいくつかは信号帯域に落ち込むがその数を最小化するような信号チャネル配列法に関する理論的研究を行ない、いくつかの具体的配列解を求めた。

3.2節における研究の結果、信号チャネル配列の最適化が行なわれた時に以下のような特性を有することが明らかになった。

- (1) 正規化混変調出力を同じとした時、信号チャネル数が多くなるに従って帯域利用効率は悪くなる。
- (2) 割当て周波数帯域幅に50%の余裕があれば、等間隔配列時よりも信号帯域に落ち込む3次混変調雑音レベルを $1/2$ 以下に減らすことができる。また、必要最小帯域幅の2倍の帯域幅が割り当てられれば、3次混変調雑音レベルを $1/3$ 程度にまで減少させることができる。
- (3) 一般的に云って、信号チャネル間間隔は、チャネルの両端ほど密に、中央ほど粗に配列すれば良い。しかしながらそれ以上の規則性は存在しない。

3.3節では、複数のサービスエリアが存在し、かつ各エリアに対して異なる周波数がインタリーブ多重して割当てられるようなシステムを対象として、単純差集合配列解及び信号帯域に落ち込む3次混変調雑音レベルを最小化する信号チャネル配列解を求め、インタリーブ多重を行ない、かつ若干のダミーチャネルを必要に応じて設けることが能率を余り落とさずに3次混変調雑音の影響を少なくするために極めて有効であることを明らかにした。

3.3節で得られた主要な結論は以下の通りである。

- (4) 単純差集合配列を行なうために必要な周波数帯域幅はインタリーブ多重度 Z を増すほど減少する。そして、この減少の割合は $1/Z$ よりわずかに大きい。
- (5) インタリーブ多重度 Z が2の場合、割当て周波数帯域幅に10%の余裕があれば、等間隔配列時に比べて3次混変調雑音レベルを $1/2$ 以下に減少させることができる。
- (6) インタリーブ多重度 Z が3の場合、割当て周波数帯域幅に10%の余裕があれば、等間隔配列時に比べて3次混変調雑音レベルを $1/3$ 程度に減少させることができる。

第4章のまとめ

本章は、デジタル無線通信システムにおけるスペクトラム拡散技術及びその効果に関する研究結果を取りまとめたものである。

まず、4.1節では、現用のFM多重電話信号用のスペクトラム拡散技術及び従来のSelf-Scramblerの技術を概説するとともに、デジタル変調信号に対するスペクトラム拡散方式として、それらが下記の点で問題があることを明らかにした。

- (1) 一般に、デジタル通信系においては、ベースバンド帯に空周波数スロットが無い場合、既存のFM多重電話信号用スペクトラム拡散技術を適用することができない。
- (2) 既存のSelf-Scramblerは、伝送路上で誤りが生じた場合、それが波及すること、及びシフトレジスタの初期値の影響があるという理由で問題がある。

次に、4.2節では、デジタル変調信号に対するスペクトラム拡散方式の提案を行ない、かつPSK/TDMAシステムに対する適用方法についての考察を行った。本提案方式は、送信側において情報符号系列をPN系列で変換することにより伝送路符号系列をランダムに近い状態にし、受信側において、これと同様の操作を施すことによって元情報符号系列を再現するものである。このスペクトラム拡散方式の利点を整理すれば以下の通りである。

- (a) スペクトラム拡散効果が大きい。
- (b) 回路構成が簡単である。
- (c) 伝送品質の劣化が無い。
- (d) 情報伝送容量の損失が無い。

PSK/TDMA方式への適用に関しては、装置の試作を行ないインテルサットⅢ号衛星を介して、衛星実験を行った。その結果は、信号劣化なくして目的とするスペクトラム拡散効果を達成できることを示していた。

4.3節では、スペクトラム拡散方式を採用する際に問題となるユニークワード誤検出に関する検討を行い、その発生確率を明らかにするとともに、誤検出を防ぐ具体的手法を示した。

次に 4.4 節では、デジタル変調信号を P N 系列によってスクランブルしたことによる効果を理論的に論じ、以下の結論を得た。

(3) 連続 PSK 波に対する平均的拡散効果は、P N 系列の長さに逆比例する。

ただし、ここで平均的拡散効果とは無限大時間長スペクトラムを観測したときの拡散効果を意味している。

(4) 連続 PSK 波に対する平均的拡散効果が保障されれば、TDMA 波に対する平均的拡散効果も保障される。

(5) TDMA 信号に対してスペクトラム拡散効果を平均的效果から低下させる確率的変動要因として下記の 3 種類が考えられる。

① バースト長と P N 系列周期長との不一致による影響

② 各バースト間の周波数差及び位相相関による影響

③ P N 系列と情報系列とのパターン相関による影響

(6) 上記①の影響は、P N 系列の初期値を適当に選ぶことによって十分小さくすることができる。また、②の影響は、周波数が完全に一致している場合には 99 % の時間確率で拡散効果を保障するためには約 6 デシベルのマージンを見込む必要があるが、若干の周波数差があれば無視することができる。

(7) 上記③の影響は、スペクトラムの観測長が 1 msec 以下では大きい。また、伝送路符号系列が強いフレーム相関を有する場合には問題となる。例えば、フレーム長が 750 μ sec の TDMA システムを対象としたとき、99 % の確率で拡散効果を保障するためには約 5 dB の確率的変動量を見込む必要がある。

第 5 章のまとめ

第 5 章では、混変調雑音を含めて伝送路の非直線特性が信号に及ぼす影響に関する考察を行った。

まず、5.1 節では、帯域制限された PSK 信号が受ける影響についての一般的解析を行ない、かつ 4 相 PSK 信号を例にとって、数値計算によってその劣化を定量的に明らかにした。

本節において得られた主要な結論を以下に示す。

- (1) 非直線素子として、現在商用に供されているインテルサットIV号衛星の進行波管を仮定したとき、飽和点付近における受信4相PSK信号の特性劣化はほとんどAM/AM変換効果によるものである。
- (2) 伝送系で付加される雑音量を一定としたとき、2～3 dBの入力バックオフで進行波管を動作させれば、誤り率特性を最も良くすることができる。
- (3) 送受信帯域フィルタとして半自乗余弦波型を考えた場合、ロールオフ係数を小さくするとビット誤り率特性は急激に悪くなる。
- (4) 受信PSK信号のあるタイムスロットにおける非直線性による特性劣化は、その直前直後のタイムスロットの信号位相に大きく依存し、それらの位相が対象とするタイムスロットの位相に対して、一方が同相、他方が逆相のとき、特に劣化が大きい。
- (5) 入出力振幅非直線特性として、厳密な特性を仮定した場合に比較して、それをリミッタ特性で仮定したとき、受信PSK信号の特性劣化は小さくなる。したがって、従来しばしば行なわれているリミッタモデルは正確な解析モデルとは云い難い。

次に5.2節では、進行波管でPSK信号が他の任意の複数搬送波と共通増幅されたときに生じる混変調雑音がPSK信号のビット誤り率特性に与える影響に関する理論的考察を行った。

5.2節において得られた主要な結論を以下に示す。

- (6) PSK信号と他の任意の2搬送波とを共通増幅する際、それら信号の周波数配列いかんによってPSK信号に大きな影響を及ぼす可能性のある3次混変調雑音として下記のものが考えられる。
 - (a) PSK信号そのものと他の任意の2搬送波との3波による3次混変調雑音。
 - (b) 他の2搬送波による3次混変調雑音。
- (7) 上記(a)の混変調雑音はPSK信号と位相相関の関係にある。一方(b)の混変調雑音とPSK信号とは無相関である。つまり、PSK受信ベクトル図上における混変調雑音のベクトル軌跡は(a)に対して直線、(b)に対して円と

なる。

- (8) 入出力振幅非直線性あるいはAM/PM変換効果のいずれか一方が十分小さい場合には、対象としている混変調雑音が4相PSK信号のビット誤り率特性に及ぼす影響は、ランダムな位相をとる単一正弦波の干渉による影響と等しい。
- (9) 上記(a)の混変調雑音による影響は、入出力振幅非直線性による混変調雑音とAM/PM変換効果によるものと相乗効果として現われ、全混変調雑音量を一定としたとき、両者の値が等しいときその影響は最大となる。
- (10) 3周波入力信号レベルがすべて等しいとき、上記(a)の混変調雑音は(b)のものより9 dB大きい。この混変調雑音がPSK信号のビット誤り率特性に及ぼす影響は、出力バックオフを10 dB以上とすれば無視しうる程度に小さいが、出力バックオフを少なくしてゆくに從って急激に大きくなり、4 dB以下では実用上問題となる。

5.3節の研究は、PSK/TDMA信号とFM信号とが強いAM/PM変換効果を有する増幅器によって共通増幅される際に復調FM信号が受ける品質劣化に関する理論解析並びに実験結果を論じたものである。

5.3節で得られた主要な結論を以下に示す。

- (11) AM/PM変換量は1周波入力時と2周波入力時とで異なる。すなわち、2周波入力時において、一方の信号レベルを小さな値に固定しておき、他方の信号レベルを変化させたとき、固定した信号におけるAM/PM変換量は、通常の1周波入力時のAM/PM変換量より2倍近く大きくなる。したがって、PSK/TDMA信号の振幅変動による復調FM信号の品質劣化を論じる際、この差に十分留意する必要がある。
- (12) 復調FM信号の品質劣化をまねくPSK/TDMA信号の振幅変動成分として下記の2種類が考えられる。
 - (a) PSK変調された信号を帯域制限したことにより位相変換点で生じるくびれ成分。
 - (b) TDMA信号が断続状の波形であるが故に生じるTDMAフレーム周期の振幅変動成分。

- (13) 上記(a)の振幅変動成分が復調FM信号に及ぼす影響は以下の通りである。
- ① 復調FM信号の雑音スペクトルは周波数の自乗に比例して大きくなる
いわゆる三角雑音となる。
 - ② 現在の国際商用衛星通信システムにおいて規定されている混変調雑音が復調FM信号に及ぼす許容値（S/N換算で53 dB）を満たすためには、6デシベル以上の入力バックオフが必要である。
- (14) 上記(b)の振幅変動成分による影響は、復調FM信号に線スペクトルとして表われる。TDMA信号のフレーム周波数が8 kHzのときには、この線スペクトルは、通常の4 kHz電話信号に影響を及ぼさないが、4 kHzの整数倍以外のフレーム周波数が選ばれたときには、大きな了解性雑音となる。この雑音量は、進行波管を飽和点付近で動作させる限り、国際標準規格を大幅に破る。

謝 辞

本論文を終るにあたり、入社以来御指導を賜わり、本研究の遂行およびとりまとめの機会を与えられた国際電信電話株式会社常務取締役 大島信太郎博士、取締役 宮憲一博士、取締役 笹本昇前研究所長、同社研究所長 中込雪男博士、同副所長 鍛冶弘博士、同次長 横井寛博士に対し、謹んで感謝の意を表する。

また、本研究に対して直接のご指導をいただいた東海大学教授 道下久吉博士、国際電信電話株式会社研修所長 金谷澄夫博士、海外協力室 三宅繁副参事、伝送施設部衛星通信課長 野坂邦史博士、研究所無線伝送研究室長 佐藤敏雄博士に心からの感謝の意を表します。

同衛星通信研究室長 小川明氏、無線システム研究室主任研究員 村谷拓郎博士には本研究の遂行にあたり、幾多の御教示と有益なる御助言を頂いた。ここに厚く御礼申上げる。

筆者と共に本研究に従事され、解析や数値計算に際して多くの協力を頂いた同衛星通信研究室ならびに無線システム研究室関係各位に深く感謝する。

末筆ながら、筆者の京都大学学部及び大学院修士課程在学以来終始ご指導、ご激励をいただいた京都大学名誉教授 前田憲一博士、東京大学教授 大林辰蔵博士、京都大学教授 加藤進博士、ならびに本論文をまとめるに際して、終始懇切なるご教示をいただいた京都大学教授 木村磐根博士に深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) Putz, J.L.; "Predicting Nonlinear Effects in TWTs",
Microwaves, June, 1965.
- (2) W.E. Kunz, J.H. Foster and R.F. Lazzarini; "Travelling
Wave Tube Amplifier Characteristics for Communications",
the microwave Journal, March, 1967.
- (3) 大和久、桑垣; "進行波管による多周波共通増幅", 信学会論文誌 B,
Vol.51-B, No.5 (1968-5)
- (4) A.L. Berman and C.H. Mahle; "Nonlinear Phase Shift in
Traveling-Wave Tubes as Applied to Multiple Access
Communications Satellite", IEEE Trans. COM-18, No.1
(Feb. 1970)
- (5) R.J. Westcott; "Investigation of Multiple FM/FDM
Carriers through a Satellite TWT Operating Near to
Saturation", Proc. IEE, Vol.6, No.6 (June 1967).
- (6) O Shimbo; "Effects of Intermodulation, AM-PM Conversion,
and Additive Noise in Multicarrier TWT Systems", Proc.
IEEE, Vol.59, No.2 (Feb.1971).
- (7) W.C. Babcock; "Intermodulation Interference in Radio
Systems Frequency of Occurrence and Control by Channel
Selection", Bell Syst.tech. J., Vol.32, No.1(1953)
- (8) 渡辺; "自動車電話方式における無線チャネル配置法", 信学会論文誌 B,
Vol.59-B, No.3 (1976-3)
- (9) J.E. Savage; "Some Simple Self-Synchronizing Digital
Data Scramblers", Bell Syst. Tech. Vol.43, No.2 (1967-02)
- (10) P.C. Jain and N.M. Blachman; "Detection of a PSK
Signal Transmitted Through a Hard-Limited Channel",
IEEE Trans. IT-19, No.5 (1973-9)

- (11) T. Mizuno, N. Mormaga and T. Namekawa ; " Transmission Characteristics of an M-ary Coherent PSK Signal via a Cascade of N Bandpass Hard Limiters " , IEEE Trans. COM-24 , No.5 (1976-5)
- (12) 畑, 似島, 佐々木 ; " 帯域制限と AM-PM 変換をうけた PM パルス系列の相関干渉について " , 信学会方式研資料 CS68-36 (1969-1)
- (13) 村谷, 辻, 原 ; " 非線形系における PSK 波の伝送 " , 信学会論文誌 B , Vol.55-B, No.5 (1972-5)
- (14) 小川, 大川 ; " 4 相 PSK 伝送系における TWT 非直線の影響に関する実験 " , 信学会全国大会, 1965 (1973)
- (15) 小川, 平田 ; " スポットビーム運用を考慮した TDMA 装置の衛星実験結果概要 " , 信学会全国大会, 2277 (1974)
- (16) D. Chakraborty and G.A. Robertson ; " An Experimental Investigation of 8-phase CPSK Signal Transmission in Band-limited Satellite Channels " , COMSAT Tech. Review, Vol.4, No.2 (Fall, 1974)
- (17) M.R. Wachs and D.E. Weinreich ; " A Laboratory Study of the Effects of CW Interference on Digital Transmission over Nonlinear Satellite Channels " , 3rd Int. Conf. of Digital Satellite Communications, B-3, (1975-11)
- (18) B.A. Pontano ; " TDMA Modulation Transfer Noise on FM Signals Sharing a Common TWT " , 3rd Int. Conf. of Digital Satellite Communications, B-4, (1975-11)
- (19) 平田 ; " 衛星通信に用いられる TWT の混変調雑音 " , 国際通信の研究, Vol.63, No.1, p.11 (1970)
- (20) 平田 ; " 衛星通信系における混変調雑音について " , 電気四学会連合大会, 2463 (1969)
- (21) 平田, 磯村 ; " 衛星通信における混変調雑音 " , 信学会全国大会, 1203 (1968)

- (22) 平田，安田；“3次混変調雑音の影響を無くする無線チャネル配列法”，
信学会論文誌B，Vol. ~~59~~⁵⁸-B，No. 12 (197~~8~~⁶-0~~1~~²)
- (23) 平田，安田；“混変調雑音の影響を最小化する無線チャネル配列法”，信
学会通信方式研資料 CS76-59 (1976-8)
- (24) 平田，安田；“混変調雑音の影響を最小化する無線チャネル配列法(その
2)”，信学会通信方式研資料 CS76-148 (1976-12)
- (25) 平田，斉藤，村谷；“ディジタル変調波に対するエネルギー拡散”，信学
会方式研資料 CS70-63 (1970-11)
- (26) COMSAT；“INTELSAT TDMA Field Trial Test Programme”，
CCITT Sp.D-No.202 (1975-01)
- (27) CCIR SG4；“Energy Dispersal in Radiocommunication-
Satellite Systems”，Report 384-2，. Vol.IV (1975)
- (28) 平田，斉藤，村谷；“PCM-TDMA方式に適用するエネルギー拡散方式に
関する研究”，KDD研究報告，No.68 (1971-03)
- (29) 平田，高橋；“TDMA方式におけるエネルギー拡散効果”，信学会全国大
会，2274 (1974)
- (30) 平田，小川；“伝送路の非直線特性が位相変調信号に及ぼす影響”，信学
会論文誌B，Vol.59-B，No.7 (1976-7)
- (31) 平田，水野；“混変調雑音による位相変調信号の劣化”，信学会論文誌B，
Vol.58-B，No.6 (1975-7)
- (32) 平田，大川，村谷；“PCM-TDMA信号とFM信号の共通増幅時におけ
る混変調について”，信学会全国大会，1211 (1969)
- (33) 平田；“多周波共通増幅時の混変調雑音について”，国際電々研究ノート，
第50号 (1969)
- (34) 例えばホール著；“組み合わせ理論”，吉岡書店 (1971)
- (35) 平田；“エネルギー拡散と混変調雑音についての理論的考察”，国際電々
研究ノート、第44号 (1968)
- (36) 例えば，宮；“衛星通信工学”，ラティス (1969-06)
- (37) CCIR；“The Effect of Carrier-to-intermodulation

- Ratio upon Radio-Frequency Channel Selection and
Satellite Transponder Design for Aeronautical and
Maritime Services ", SG-8, Report 509-1 (1974)
- (38) 羽鳥, 滝; "伝送路符号変換によるシステムチックジッタ蓄積の軽減",
信学会論文誌A, 52-A, No. 7 (1969-07)
- (39) 例えば, Golomb, S.W.; "Digital Communications with
Space Applications", Prentice-Hall Inc., (1964)
- (40) 吉谷; "PN系列-特にM系列について", 電波研究所季報, Vol.17,
No.90 (1971-05)
- (41) Japan; "Energy Dispersal for Digital Modulation
System", CCIR, SG.4, Doc.4/105 (1972-07)
- (42) 熊谷他; "PCM-100M方式", 通研研究実用化報告, Vol.21,
No.8 (1972-8)
- (43) 中村他; "20G-400M準ミリ波ディジタル伝送方式特集", 通研研
究実用化報告, Vol.24, No.10 (1975-10)
- (44) Y. Hirata, K. Inagaki, A. Ogawa; "DDI (Direct
Digital Interface) in TDMA System", 3rd Int. Conf on
Digital Satellite Communications, A-4 (1975-11)
- (45) 例えば, 猪瀬; "PCM通信の基礎と新技術", 産報 (1968-06)
- (46) CCIR Rec.358-2; "Maximum Allowable Values of
Power Flux-density at the Surface of the Earth
Produced by Satellites in the Fixed Satellite Service",
XIIIth Plenary Assembly, Vol.IX (1975)
- (47) 例えば, 伊東; "確率および統計", コロナ社, (1957-06)
- (48) 例えば平田, 古賀; "ディジタル衛星通信方式の研究動向", 電子通信学
会誌, Vol.60, No.7 (1976-7)
- (49) 松下, 原; "零符号間干渉形フィルタの無線通信への適用上の問題",
信学会論文誌B, Vol.56-B, No.3 (1973-03)
- (50) B. Bennett and I. Dostis; "Design of the INTELSAT

IV Transponder ” , AIAA 4th Communications Satellite
Systems Conference, 72-535 (1972-04)

- (51) 平田, 水野 ; “ 混変調雑音による位相変調波の劣化 ” , 信学会全国大会 ,
1824 (1975-3)
- (52) K. Prabhu ; “ Error Rate Considerations for Coherent
Phase Shift Keyed Systems with Co-channel Interference ” ,
Bell Syst. tech J. , Vol. 48, No. 3 (1963-3)
- (53) 水野, 平田, 森永, 滑川 ; “ PSK 波に対する FDM-FM 波の信号干渉 ” ,
信学会通信方式研資料 CS73-130 (1974-01)
- (54) PCM-TDMA Group ; “ Report on TTT System (50 Mbps
PCM-TDMA System with Time-Preassignment and TASI
Features) and its Field Test Result ” , KDD Technical
Note No.74 (1970-09)
- (55) 平田, 大川, 村谷 ; “ PCM-TDMA 波 , FM 波共通増幅時における問題点
の検討と衛星実験結果 ” , KDD 研究報告 , No.67 (1970-02)
- (56) 平田, 大川, 岩崎 ; “ 進行波管における AM/PM 変換について ” , 信学会
全国大会 , 1160 (1969)
- (57) Y. Hirata, M. Ohkawa and T. Muratani ; “ On the Nonlinear
Interaction between PSK-TDMA Signal and FM Signal due
to AM/PM Conversion in TWT ” , KDD Technical Note ,
No.53 (1969-05)
- (58) 平田, 大川, 村谷 ; “ PCM-PSK-TDMA 信号 , FM 信号共通増幅時に
おける AM/PM 変換について ” , 信学会通信方式研資料 , CS69-44
(1969-9)

152 項欠

付 録

内 容 目 次

(第2章の付録)

2.1 式(2.9)、(2.10)、(2.11)の誘導	155
2.2 式(2.33)の誘導	155
2.3 式(2.35)の誘導	159
2.4 式(2.37)～式(2.41)の誘導	160

(第5章の付録)

5.1 式(5.18)、(5.19)、(5.20)の誘導	163
5.2 式(5.39)の誘導	163
5.3 式(5.54)の誘導	164
5.4 式(5.59)の誘導	165
5.5 式(5.70)の誘導	167
5.6 式(5.80)の誘導	168
5.7 式(5.81)の誘導	170
5.8 式(5.87)の誘導	170

154 項欠

付 録

付録 2.1 式 (2.9)、(2.10)、(2.11) の誘導

本文中、式 (2.6)、(2.7) を式 (2.2) に代入すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_0 &= e (h_1 + h_3 e^2 + h_5 e^4) \cos (\omega t + \varphi - \theta_0 - \theta_2 e^2 - \theta_4 e^4) \\ &= e (h_1 + h_3 e^2 + h_5 e^4) \{ \cos (\omega t + \varphi - \theta_0) \cos (\theta_2 e^2 + \theta_4 e^4) \\ &\quad + \sin (\omega t + \varphi - \theta_0) \sin (\theta_2 e^2 + \theta_4 e^4) \} \end{aligned} \quad (A2.1)$$

ここで、 $(\theta_2 e^2 + \theta_4 e^4) \ll 1$ として上式を整理すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_0 &= \left\{ h_1 + h_3 e^2 + \left(h_5 - \frac{1}{2} \theta_2^2 \right) e^4 \right\} \sum_{i=1}^3 E_i \cos (\omega_i t + \phi_i - \theta_0) \\ &\quad + \left\{ h_1 \theta_2 e^2 + (h_3 \theta_2 + h_1 \theta_4) e^4 \right\} \sum_{i=1}^3 E_i \sin (\omega_i t + \phi_i - \theta_0) \end{aligned} \quad (A2.2)$$

上式において、 e^2 及び e^4 は次式で与えられる。

$$e^2 = \sum_{i=1}^3 E_i^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^3 E_i E_j \cos \{ (\omega_i - \omega_j) t + (\phi_i - \phi_j) \} \quad (A2.3)$$

$$\begin{aligned} e^4 &= \left(\sum_{i=1}^3 E_i^2 \right)^2 + 2 \left(\sum_{i=1}^3 E_i^2 \right) \left\{ 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^3 E_i E_j \cos \{ (\omega_i - \omega_j) t + (\phi_i - \phi_j) \} \right\} \\ &\quad + \left\{ 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^3 E_i E_j \cos \{ (\omega_i - \omega_j) t + (\phi_i - \phi_j) \} \right\}^2 \end{aligned} \quad (A2.4)$$

式 (A 2.3) 及び式 (A 2.4) を式 (A 2.2) に代入して式の展開を行い、対象とする周波数成分のみを取り出すことによって本文中 式 (2.9)、(2.10) 及び (2.11) が得られる。

付録 2.2 式 (2.33) の誘導

変調信号を $u_i(t)$ とした時、FM 波形 $u_0(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_0(t) &= E \sin \left\{ \omega_0 t + \int u_i(t) dt \right\} \\ &= E \left\{ \sin \omega_0 t \cdot \cos \varphi(\theta) + \cos \omega_0 t \cdot \sin \varphi(\theta) \right\} \end{aligned} \quad (A2.5)$$

ただし、

$$\varphi(\theta) = \int u_i(t) dt \quad (A2.6)$$

ここで、変調信号として繰返し周期 T の対称三角波を仮定した時、 $u_i(t)$ 及び $\varphi(\theta)$ は次式で与えられる。

$$u_i(t) \begin{cases} = -\frac{D}{2T} t + \frac{1}{2} D & ; \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ = \frac{D}{2T} t - \frac{3}{2} D & ; \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases} \quad (\text{A 2.7})$$

$$\varphi(\theta) \begin{cases} = -\frac{m}{\pi} \theta^2 + m \theta & 0 \leq \theta \leq \pi \\ = \frac{m}{\pi} \theta^2 - m \theta + 2m\pi & \pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (\text{A 2.8})$$

ただし、 $m = D/2\Omega$

式 (A 2.5) において、 $\cos \varphi(\theta)$ 及び $\sin \varphi(\theta)$ を Fourier 展開すれば、 $u_o(t)$ の n 次の上側帯波成分の振幅 $E_u(n)$ 及び n 次の下側帯波成分の振幅 $E_d(n)$ は次式となる。

$$E_u(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\varphi(\theta) - n\theta) d\theta \quad (\text{A 2.9})$$

$$E_d(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\varphi(\theta) - n\theta) d\theta \quad (\text{A 2.10})$$

式 (A 2.8) より明らかなように、 $\varphi(\theta)$ は θ の 2 次関数であるため、式 (A 2.9) 及び式 (A 2.10) は積分不能である。そこで、積分領域 $[0, \pi]$ を微少区間に分割し、 $\varphi(\theta)$ に直線近似をおこなって計算をする。すなわち、 $[\theta_i, \theta_j + \Delta\theta]$ 区間においては、 $\varphi(\theta)$ に以下に示すような近似式を適用する。

$$\varphi(\theta) \cong \varphi'(\theta_i)(\theta - \theta_i) \quad (\text{A 2.11})$$

ただし、

$$\varphi'(\theta_i) = -\frac{2m}{\pi} \theta_i + m \quad (\text{A 2.12})$$

式 (A 2.9) を級数表示し、式 (A 2.8)、(A 2.11) 及び (A 2.12) を代入し、式の展開を行えば次式を得る。

$$E_u(n) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^k \frac{1}{-\frac{2m}{\pi} \theta_i + m - n} \cos \left\{ n \theta_i - \left(\frac{m}{\pi} \theta_i^2 + m \theta_i \right) - \frac{-\frac{2m}{\pi} \theta_i + m - n}{2} \times \Delta \theta \right\} \times \sin \left\{ \frac{-\frac{2m}{\pi} \theta_i + m - n}{2} \Delta \theta \right\} \quad (\text{A 2.13})$$

式 (A 2.13) より明らかなように、分子は 1 より小さな値しかとり得ず、分母は零から無限大までの値をとりうる。したがって、近似解を求めるには、分母が零の近傍のみを計算することで十分である。すなわち、

$$\frac{\Delta \theta}{2} \left[-\frac{2m}{\pi} \theta_i + m - n \right] = \epsilon_i \quad (\text{A 2.14})$$

とおけば、式 (A 2.13) は次式となる。

$$E_u(n) = \frac{\Delta \theta}{\pi} \sum_{i=1}^k \frac{\sin \epsilon_i}{\epsilon_i} \cos \left(n \theta_i + \frac{m}{\pi} \theta_i^2 - m \theta_i \right) \quad (\text{A 2.15})$$

ここでは、 m が十分に大きい場合を想定しており、この時 式 (A 2.15) の \cos の項は -1 から $+1$ の間で色々な値をとる。そこで、包絡線を求めるには \cos の項を 1 とおけば良い。つまり、式 (A 2.15) より、その包絡線振幅は次式となる。

$$|E_u(n)| = \frac{\Delta \theta}{\pi} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left| \frac{\sin \epsilon_i}{\epsilon_i} \right|^2} \quad (\text{A 2.16})$$

ところで、 θ_i は 0 から π までの値をとるので、式 (A 2.14) より明らかなように、 $|n| \leq m$ の範囲内では ϵ_i の値は零及びその近傍の値をとることが可能である。故に $|E_u(n)|$ の値は $|n| \leq m$ の時、 n の値に関係なく一定値をとる。

以上は、上側帯波成分についての検討であったが、取り扱っている三角波の偏移が中心周波数に対して全く対称であるので、下側帯波についても全く同様の結果が得られることは明らかである。

次に、 $|n| > m$ 領域の周波数スペクトラムについて考える。

$$|E_u(n)| = \frac{2}{\pi} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[\frac{\sin \left\{ \left(-\frac{2m}{i} + m - n \right) \frac{n}{2k} \right\}}{-\frac{2m}{i} + m - n} \right]^2} \quad (\text{A 2.17})$$

$\left(-\frac{2m}{i} + m - n \right) \frac{\pi}{2k} = x$ とおけば、上式は積分形で与えられる。

すなわち、

$$|E_u(n)| = \frac{1}{k} \sqrt{\int_{\left(n + \frac{2m}{k} - n \right) \frac{\pi}{2k}}^{\frac{n+m}{2k} \cdot \pi} \left| \frac{\sin x}{x} \right|^2 dx} \quad (\text{A 2.18})$$

式 (A 2.18) において、被積分関数を包絡線で近似してやれば、

$$\begin{aligned} |E_u(n)| &\cong \frac{1}{k} \sqrt{\int_{\frac{n-m}{2k} \pi}^{\frac{n+m}{2k} \pi} \frac{1}{x^2} dx} \\ &= \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2k}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-m} - \frac{1}{n+m}} \end{aligned} \quad (\text{A 2.19})$$

したがって、 $n=m+1$ の上側帯波成分の電力密度と $n=m+j$ の上側帯波成分の電力密度との比 $R(j)$ は次式となる。

$$R(j) = \frac{|E_u(m+j)|}{|E_u(m+1)|} \cong \sqrt{\frac{(2m)}{(2m+j)}} \quad (\text{A 2.20})$$

式 (A 2.20) に、 $m=D/2$ 、 $j=m-n$ 、 $n=f/2$ を代入すれば、

$$R(j) = \sqrt{\frac{(D+2) \cdot 2}{\left(\left| f \right| - \frac{D}{2} \right) \left(\left| f \right| + \frac{D}{2} \right)}} \quad (\text{A 2.21})$$

つまり、 $|n| \leq m$ の領域における電力密度を P/D とした時、変調信号が対称三角波の FM 波の包絡線エネルギー密度 $W_2(f)$ は次式となる。

$$W_2(f) \begin{cases} \cong \frac{P}{D} & ; |f| \leq \frac{1}{2}D \\ \cong \frac{P}{D} \sqrt{\frac{(D+2)f}{(|f| - \frac{1}{2}D)(|f| + \frac{1}{2}D)}} & ; |f| > \frac{1}{2}D \end{cases} \quad (A2.22)$$

付録 2.3 式 (2.35) の誘導

式 (2.30) より、各 FM 波の電力スペクトル $W_\ell(x)$ ($\ell=1, 2, 3$) は、次式で与えられる。

$$W_\ell(x) = \frac{P_\ell}{\sqrt{2\pi}\sigma_\ell} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\ell^2}\right) \quad (\ell=1, 2, 3) \quad (A2.23)$$

式 (A2.23) を式 (2.34) に代入すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} W_1(f) &= K_3 P_1 P_2 P_3 \int_x \int_{x'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x'^2}{2\sigma_2^2}} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(x+x'-f)^2}{2\sigma_3^2}} dx \cdot dx' \\ &= K_3 P_1 P_2 P_3 \int_x \frac{\sigma_0}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sigma_3} e^{-\left\{\frac{x^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(x-f)^2}{2(\sigma_2^2+\sigma_3^2)}\right\}} \\ &\quad \times \left[\int_{x'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{\left\{x' + \frac{\sigma_2^2(x-f)}{\sigma_2^2+\sigma_3^2}\right\}^2}{2\sigma_0^2}} dx' \right] dx \end{aligned} \quad (A2.24)$$

ただし、

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_2\sigma_3}{\sqrt{\sigma_2^2+\sigma_3^2}}$$

ここで、

$$\int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{\left\{x' + \frac{\sigma_2^2(x-f)}{\sigma_2^2+\sigma_3^2}\right\}^2}{2\sigma_0^2}} dx' = 1 \quad (A2.25)$$

であるので、式 (A 2.24) は次式となる。

$$\begin{aligned}
 W_i(f) &= K_3 P_1 P_2 P_3 \int_x \frac{\sigma_0}{2\pi \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} e^{-\left\{ \frac{x^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(x-f)^2}{2(\sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \right\}} dx \\
 &= \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}} \cdot e^{-\frac{f^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}} \cdot \int_x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_0'} e^{-\frac{\left\{ x + \frac{\sigma_1^2 f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} \right\}^2}{2\sigma_0'^2}} dx
 \end{aligned} \tag{A 2.26}$$

ただし、

$$\sigma_0' = \frac{\sigma_1 \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}$$

上式において右辺の積分項は 1 であるので、結局 $W_i(f)$ は次式となる。

$$W_i(f) = \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}} \cdot e^{-\frac{f^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}} \tag{A 2.27}$$

付録 2.4 式 (2.37) ～式 (2.41) の誘導

入力信号が対称三角波によって周波数変調されている場合、その電力スペクトル $W_\ell(x)$ ($\ell=1, 2, 3$) は、式 (2.33) より次式で近似できる。

$$W_\ell(x) \begin{cases} = \frac{P_\ell}{D_\ell} & ; \quad |x| \leq \frac{1}{2} D_\ell \\ = 0 & ; \quad |x| > \frac{1}{2} D_\ell \end{cases} \tag{A 2.28}$$

($\ell=1, 2, 3$)

式 (A 2.28) を式 (2.34) に代入すれば次式が得られる。

$$W_j(f) = \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{D_1 D_2 D_3} \int_x \int_{x'} dx \cdot dx' \tag{A 2.29}$$

ただし、

$$|x| \leq \frac{1}{2} D_1, \quad |x'| \leq \frac{1}{2} D_2, \quad |x + x' - f| \leq \frac{1}{2} D_3$$

積分領域を $x-x'$ plane で表わしたのが付図 2.1 であり、式 (A 2.29) の積分を実行することは、付図 2.1 の斜線部分の面積を求めることと等価である。

したがって、

$$(a) \quad |f| \leq \frac{1}{2} (D_1 + D_2 - D_3) \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} W_j(f) &= \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{D_1 D_2 D_3} \times (D_1 D_2 - S_1 - S_2) \\ &= K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{-4f^2 + 2(D_1 D_2 + D_2 D_3 + D_3 D_1) - (D_1^2 + D_2^2 + D_3^2)}{4 D_1 D_2 D_3} \end{aligned}$$

(A 2.3 0)

$$(b) \quad \frac{1}{2} (D_1 + D_2 - D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2} (D_1 - D_2 + D_3) \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} W_j(f) &= \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{D_1 D_2 D_3} \times (D_1 D_2 - S_1) \\ &= K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{4 D_1 (D_1 + D_2 - 2|f|) - (2|f| - D_1 - D_3 + D_2)^2}{8 D_1 D_2 D_3} \end{aligned}$$

(A 2.3 1)

$$(c) \quad \frac{1}{2} (D_1 - D_2 + D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2} (-D_1 + D_2 + D_3) \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} W_j(f) &= \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{D_1 D_2 D_3} \times \frac{D_1 (d_1 + d_2)}{2} \\ &= K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{D_1 (D_2 + D_3 - 2|f|)}{2 D_1 D_2 D_3} \end{aligned}$$

(A 2.3 2)

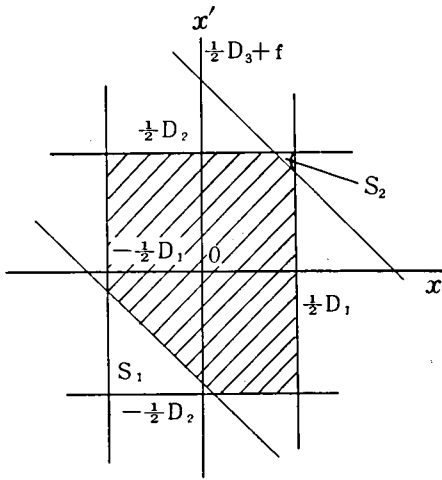
$$(d) \quad \frac{1}{2} (-D_1 + D_2 + D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2} (D_1 + D_2 + D_3) \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} W_j(f) &= \frac{K_3 P_1 P_2 P_3}{D_1 D_2 D_3} \times \frac{d_1^2}{2} \\ &= K_3 P_1 P_2 P_3 \times \frac{(4|f| - D_1 - D_2 - D_3)^2}{8 D_1 D_2 D_3} \end{aligned}$$

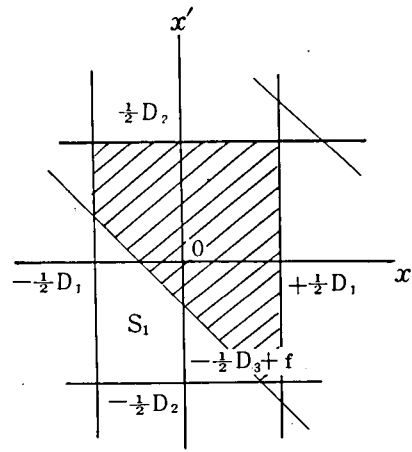
(A 2.3 3)

$$(e) \quad \frac{1}{2} (D_1 + D_2 + D_3) \leq |f| \text{ のとき}$$

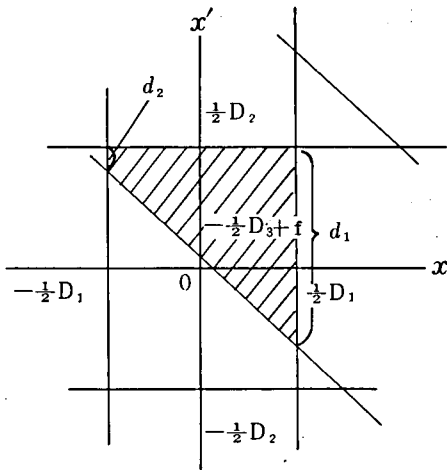
$$W_j(f) = 0$$



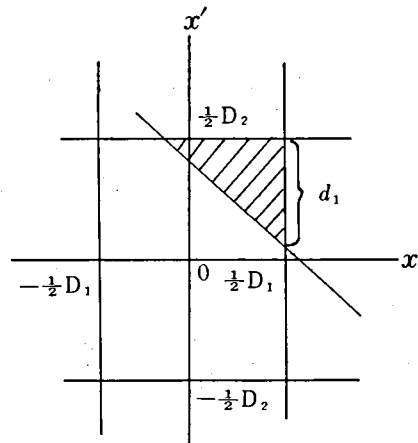
(a) $|f| \leq \frac{1}{2}(D_1 + D_2 - D_3)$



(b) $\frac{1}{2}(D_1 + D_2 - D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2}(D_1 - D_2 + D_3)$



(c) $\frac{1}{2}(D_1 - D_2 + D_3) \leq |f| \leq \frac{1}{2}(-D_1 + D_2 + D_3)$



(d) $\frac{1}{2}(-D_1 + D_2 + D_3) \geq |f| \geq \frac{1}{2}(D_1 + D_2 + D_3)$

付図 2.1 3次混変調雑音スペクトルを求めるための積分領域表示

付録 5.1 式 (5.18)、(5.19)、(5.20) の誘導

式 (5.13) より

$$W(t) = A(E(t)) \cdot E(t) \cdot e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(K)\}} \cdot e^{j\{\phi(E(t)) - \phi(K)\}} \quad (A5.1)$$

上式において、 $\{\phi(E(t)) - \phi(K)\} \ll 1$ と仮定すれば

$$e^{j\{\phi(E(t)) - \phi(K)\}} \cong 1 + \{\phi(E(t)) - \phi(K)\} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (A5.2)$$

となるので、式 (A5.2) を式 (A5.1) に代入することによって次式が得られる。

$$\begin{aligned} W(t) &\cong A(E(t)) \cdot E(t) \cdot e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(K)\}} \times [1 + \{\phi(E(t)) - \phi(K)\} e^{j\frac{\pi}{2}}] \\ &= A(K) \cdot E(t) e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(K)\}} \\ &\quad + \{A(E(t)) - A(K)\} E(t) \cdot e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(K)\}} \\ &\quad + \{\phi(E(t)) - \phi(K)\} A(E(t)) \cdot E(t) \cdot e^{j\{\omega_c t + \varphi(t) + \phi(K) + \frac{\pi}{2}\}} \end{aligned} \quad (A5.3)$$

一方、本文中式 (5.6) 及び式 (5.10) より

$$E(t) e^{j\{\omega_c t + \varphi(t)\}} = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t-nT) e^{j\{\omega_c t + \phi_n\}} \quad (A5.4)$$

であるから、式 (A5.3) の右辺第 1 項を $Y(t)$ 、第 2 項を $Z_a(t)$ 、第 3 項を $Z_p(t)$ に対応させれば、それらは本文中式 (5.18)、(5.19) 及び (5.20) となる。

付録 5.2 式 (5.39) の誘導

式 (5.1)、(5.2) 及び (5.27) より、半自乗余弦波型フィルタのインパルス応答 $f(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{F(\omega)} \cos \omega t d\omega \\ &= \frac{T}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{T}(1-k)} \cos \omega t d\omega + \int_{\frac{\pi}{T}(1-k)}^{\frac{\pi}{T}(1+k)} \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin \left(\frac{T}{2k} \left(\omega - \frac{\pi}{T} \right) \right) \right\}} \cos \omega t d\omega \right\} \\ &= \frac{T}{\pi t} \sin(1-k) \frac{\pi t}{T} + \frac{T}{\pi} \int_{\frac{\pi}{T}(1-k)}^{\frac{\pi}{T}(1+k)} \sin \left\{ \frac{-T}{4k} \left(\omega - \frac{\pi}{T} \right) + \frac{\pi}{4} \right\} \cos \omega t d\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{T}{\pi t} \sin(1-k) \frac{\pi t}{T} + \frac{\left(\frac{T}{\pi}\right)\left(\frac{T}{4k}\right)}{\left(\frac{T}{4k}\right)^2 - t^2} \cos(1+k) \frac{\pi t}{T} \\
&\quad + \frac{\left(\frac{T}{\pi}\right)t}{\left(\frac{T}{4k}\right)^2 - t^2} \sin(1-k) \frac{\pi t}{T} \\
&= \frac{1}{1-16k^2 t^2/T^2} \left\{ \frac{\sin(1-k)\pi t/T}{\pi t/T} + \frac{4k}{\pi} \cos(1+k)\pi t/T \right\} \quad (A5.5)
\end{aligned}$$

付録 5.3 式 (5.54) の誘導

ベクトル図上における混交調雑音成分 $I(t)$ を次式で与える。

$$I(t) = a_+ \cos(pt) + a_- \cos(-pt) + b_+ \sin(pt) + b_- \sin(-pt) \quad (A5.6)$$

このとき、本文図 5.14 における直線 \overline{AB} に垂直な $I(t)$ の成分 $I_1(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
I_1(t) &= a_+ \cos\left(pt + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) + a_- \cos\left(pt - \frac{\pi}{2} + \alpha\right) \\
&\quad + b_+ \cos(pt - \alpha) + b_- \sin(pt + \alpha) \\
&= \sqrt{S_1^2 + C_1^2} \cdot \sin(pt + \psi) \quad (A5.7)
\end{aligned}$$

ここに、

$$S_1 = (a_+ + a_-) \sin \alpha + (b_+ + b_-) \cos \alpha$$

$$C_1 = (-a_+ + a_-) \cos \alpha + (b_+ - b_-) \sin \alpha$$

$$\psi = \tan^{-1} (S_1 / C_1)$$

従って、 $I_1(t)$ の確率密度関数 $P(i_1)$ は、

$$\begin{aligned}
P(i_1) &= \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{I_1}{\sqrt{S_1^2 + C_1^2}} - \psi \right) d(pt) \right\} \\
&= \frac{1}{\pi \sqrt{(S_1^2 + C_1^2) - i_1^2}} \quad (A5.7)
\end{aligned}$$

同様にして、 $I_2(t)$ の確率密度関数 $P(i_2)$ は

$$P(i_2) = \frac{1}{\pi \sqrt{(S_2^2 + C_2^2) - i_2^2}} \quad (A5.8)$$

ここに

$$S_2 = (a_+ - a_-) \sin \alpha + (b_+ - b_-) \cos \alpha$$

$$C_2 = (a_+ + a_-) \cos \alpha + (-b_+ - b_-) \sin \alpha$$

(a) A型混変調雑音の場合

式(5.48)より $a_+ = a_- = 2E_1 E_2 E_3 F_1$ 、 $b_+ = b_- = 2E_1 E_2 E_3 D_1$ とおくことができるので

$$S_1 = 2(2E_1 E_2 E_3)(F_1 \sin \alpha + D_1 \cos \alpha), C_1 = 0 \text{ となる。}$$

混変調雑音の最大振幅を I_{mA} とすれば、式(5.48)より

$$I_{mA} = 4E_1 E_2 E_3 \sqrt{F_1^2 + D_1^2} \quad (\text{A5.9})$$

μ_i は i_i を白色雑音の実効値で正規化したものであるので、 $P(\mu_i)$ 、 $(i=1, 2)$ は式(A5.7)、(A5.8)と同形となり、このとき g_1 及び g_2 は式(A5.9)及び $\tan \beta = D_1/F_1$ より

$$g_1 = \frac{\sqrt{S_1^2 + C_1^2}}{\sqrt{2} \sigma_n} = \frac{I_{mA} \sin(\alpha + \beta)}{\sqrt{2} \sigma_n} \quad (\text{A5.10})$$

$$g_2 = \frac{\sqrt{S_2^2 + C_2^2}}{\sqrt{2} \sigma_n} = \frac{I_{mA} \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{2} \sigma_n} \quad (\text{A5.11})$$

(b) B型混変調雑音の場合

$a_+ = E_2^2 E_3 F_1$ 、 $b_+ = E_2^2 E_3 D_1$ 、 $a_- = b_- = 0$ とおくことができるので、式(A5.7)、(A5.8)より本文の g_1 及び g_2 の値が得られる。

付録 5.4 式(5.59)の誘導

一般に、干渉波が付図 5.1 に示されたように楕円軌跡を描くとき、干渉波のベクトル $I(t)$ は次式で表現できる。

$$I(t) = M_s \sin(pt) + M_c \cos(pt) \quad (\text{A5.12})$$

ここに、 p は干渉波ベクトルの回転角速度であり、 M_s は楕円の長軸を、 M_c は短軸を示している。

受信合成ベクトルの瞬時位相を $r(t)$ とすれば、付図 5.1 より $r(t)$ は次式で

与えられる。

$$r(t) \cong \tan r(t) = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA} + \overline{AD}}$$

$$= \frac{(Ms \sin \beta) \sin pt - (Mc \cos \beta) \cos pt}{(Mc \cos \beta) \sin pt + (Mc \sin \beta) \cos pt + S} \quad (A5.13)$$

再生搬送波の位相シフト量 $\delta\alpha$ は、 $r(t)$ の時間平均と考えられるので

$$\delta\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(Ms \sin \beta) \sin pt - (Mc \cos \beta) \cos pt}{(Mc \cos \beta) \sin pt + (Mc \sin \beta) \cos pt + S} d(pt)$$

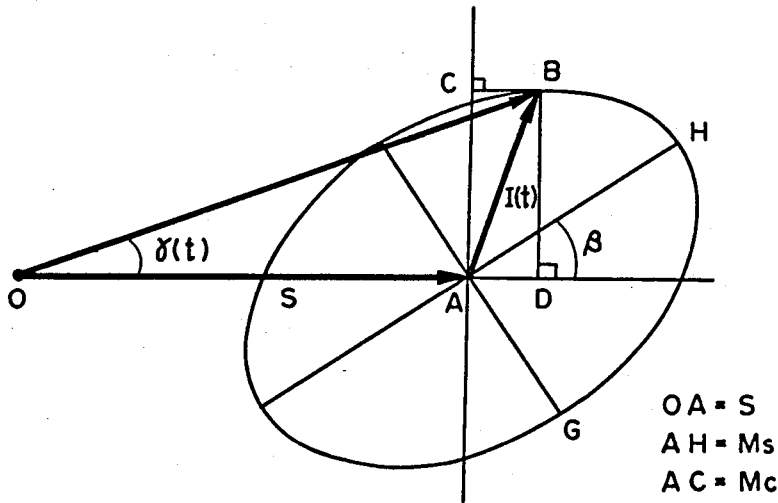
(A5.14)

上式を積分公式 $J_s[n]$ および $J_c[n]$ を用いて展開することによって次式が得られる。

$$\delta\alpha = \frac{\sin \beta \cos \beta (Ms^2 - Mc^2)}{Ms^2 \cos^2 \beta + Mc^2 \sin^2 \beta} \left(1 - \frac{S}{\sqrt{S^2 - Ms^2 \cos^2 \beta - Mc^2 \sin^2 \beta}} \right)$$

(A5.15)

式 (A5.15) において、 $Ms = I_{mA}$ 、 $Mc = 0$ とおけば本文式 (5.59) が得られる。



付図 5.1 P S K 信号の受信ベクトル図

付録 5.5 式 (5.7 0) の誘導

式 (5.6 7) に式 (5.6 8) 及び (5.6 9) を代入し、式の展開を行えば、

$$\begin{aligned}
 V_{02}(t) &\cong \frac{G(e)}{e} \{ E_1 \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) + r E_2 \cos 4\omega t \} \\
 &\quad + E_2 \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) + r E_2 \cos 4\omega t \} \} \\
 &= \frac{G(e)}{e} \{ E_1 J_0(m) \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) \} + E_2 J_1(m) \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) \\
 &\quad + 4\omega t + \frac{\pi}{2} \} - E_1 J_1(m) \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) - 4\omega t - \frac{\pi}{2} \} \\
 &\quad + E_1 \sum_{n=\pm 2}^{\pm \infty} J_n(m) \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) + n 4\omega t + \frac{n\pi}{2} \} \\
 &\quad + E_2 J_0(m) \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) \} + E_2 J_1(m) \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) + 4\omega t + \frac{\pi}{2} \} \\
 &\quad - E_2 J_1(m) \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_2) - 4\omega t - \frac{\pi}{2} \} \\
 &\quad + E_2 \sum_{n=\pm 2}^{\pm \infty} J_n(m) \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) + n 4\omega t + \frac{n\pi}{2} \} \} \\
 &= \frac{G(e)}{e} \{ \sqrt{\{ E_1 J_0(m) \}^2 + \{ E_2 J_1(m) \}^2} \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) + \beta_1 \} \\
 &\quad + \sqrt{\{ E_2 J_0(m) \}^2 + \{ E_1 J_1(m) \}^2} \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) + \beta_2 \} \\
 &\quad - E_1 J_1(m) \sin \{ (\omega_1 - 4\omega) t + \phi(E_1) \} - E_2 J_1(m) \sin \{ (\omega_2 + 4\omega) t \\
 &\quad + \phi(E_1) \} + \sum_{n=\pm 2}^{\pm \infty} J_n(m) \{ E_1 \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) + n 4\omega t + \frac{n\pi}{2} \} \\
 &\quad + E_2 \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_2) + n 4\omega t + \frac{n\pi}{2} \} \} \quad (A 5.16)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$4\omega = \omega_1 - \omega_2$$

$$m = r E_2 \times (d\phi(E_1)/de)$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \{ E_2 J_1(m) / E_1 J_0(m) \}$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \{ E_1 J_1(m) / E_2 J_0(m) \}$$

$m \ll 1$ とすれば、式 (A 5.1 6) は次式で近似できる。

$$\begin{aligned}
 V_{02}(t) &\cong \frac{G(e)}{e} \{ E_1 \cos \{ \omega_1 t + \phi(E_1) \} \\
 &\quad + E_2 \sqrt{1 + \frac{1}{2} r E_1} \cos \{ \omega_2 t + \phi(E_1) + \tan^{-1}(\frac{1}{2} r E_1) \} \\
 &\quad - \frac{E_2 E_1}{2} r \sin \{ (\omega_1 - 4\omega) t + \phi(E_1) \} \quad (A 5.17)
 \end{aligned}$$

付録 5. 6 式 (5. 8 0) の誘導

一般的表現を用いて、入力信号系列 $x(t)$ を次式で表わす。

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ a_n g_1(t - nT) + (1 - a_n) g_2(t - nT) \} \quad (\text{A5.18})$$

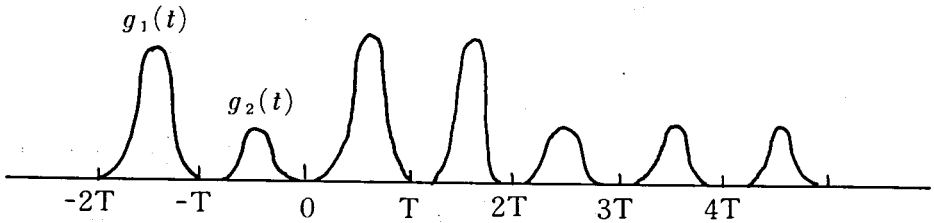
ただし、 a_n は、 p の確率で 1 の値をとり、 $(1 - p)$ の確率で 0 の値をとる。

また、 $g_1(t)$ および $g_2(t)$ は $|t| \leq \frac{T}{2}$ の区間でのみ値をもち、 $|t| > \frac{T}{2}$ の区間では 0 とする。

$x(t)$ を平均成分 $x_1(t)$ と変動成分 $x_2(t)$ に分けて考える。

まず、平均成分 $x_1(t)$ は周期 T をもっているので、次のようにフーリエ級数に展開できる。

$$x_1(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{j2\pi mt/T} \quad (\text{A5.19})$$



付図 5. 2 入力信号系列

ここで、

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} [p g_1(t) + (1 - p) g_2(t)] e^{-j2\pi mt/T} dt \\ &= \frac{1}{T} [p G_1\left(\frac{m}{T}\right) + (1 - p) G_2\left(\frac{m}{T}\right)] \end{aligned} \quad (\text{A5.20})$$

ただし、 $G_1(f)$ 、 $G_2(f)$ はそれぞれ $g_1(t)$ 、 $g_2(t)$ のフーリエ変換である。

したがって、平均成分 $x_1(t)$ の電力スペクトル $W_1(f)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} W_1(f) &= |C_m|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \\ &= \frac{1}{T} [p G_1\left(\frac{m}{T}\right) + (1 - p) G_2\left(\frac{m}{T}\right)] \end{aligned} \quad (\text{A5.21})$$

次に、変動成分 $x_2(t)$ の電力スペクトルを求める。

$x_2(t)$ の自己相関関数を $R(\tau)$ とすると、

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \overline{x_2(t) \cdot x_2(t+\tau)} dt \\ &= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(1-p) \overline{a_m a_n} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g_{12}(t-mT) g_{12}(t-nT) dt \\ &= \frac{p(1-p)}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g_{12}(t) g_{12}(t+\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{A 5.2 2})$$

ただし、

$$g_{12}(t) = g_1(t) - g_2(t) \quad (\text{A 5.2 3})$$

式 (A 5.2 2) において、積分項は $g_{12}(t)$ なる波形の相関関数であるから

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_{12}(t) g_{12}(t+\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{12}(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df \quad (\text{A 5.2 4})$$

ただし、 $G_{12}(f)$ は $g_{12}(t)$ のフーリエ変換である。

式 (A 5.2 4) を式 (A 5.2 2) に代入すれば、

$$R(\tau) = \frac{p(1-p)}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |G_{12}(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df \quad (\text{A 5.2 5})$$

一般に、自己相関関数のフーリエ変換が電力スペクトルを与えるので、変動成分 $x_2(t)$ の電力スペクトルを $W_2(f)$ とすれば、 $W_2(f)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} W_2(f) &= \frac{p(1-p)}{T} |G_{12}(f)|^2 \\ &= \frac{p(1-p)}{T} |G_1(f) - G_2(f)|^2 \end{aligned} \quad (\text{A 5.2 6})$$

式 (A 5.2 1)、式 (A 5.2 6) より、 $x(t)$ の電力スペクトル $W(f)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} W(f) &= \frac{1}{T} p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 + \frac{1}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| pG_1\left(\frac{m}{T}\right) + (1-p)G_2\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \\ &\quad \times \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \end{aligned} \quad (\text{A 5.2 7})$$

上式において、 $G_1(f)=G(f)$ 、 $G_2(f)=0$ とおき、正周波数のみを考慮すれば、本文中式(5.80)が得られる。

付録 5.7 式(5.81)の誘導

$g(t)$ は奇数であるから

$$\begin{aligned}
 G(f) &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g'(t) \sin 2\pi f t \, dt \\
 &= -2 \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\pi r}{T} \sin \frac{2\pi t}{T} \sin 2\pi f t \, dt \\
 &= -\frac{2\pi r}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \{ \cos 2\pi t (1/T - f) - \cos 2\pi t (1/T + f) \} \, dt \\
 &= r \left\{ \frac{\sin \pi(1+fT)}{1+fT} - \frac{\sin \pi(1-fT)}{1-fT} \right\} \\
 &= \frac{2r \sin(\pi f T)}{1-(fT)^2} \quad (\text{A5.28})
 \end{aligned}$$

付録 5.8 式(5.87)の誘導

式(5.86)より $de^2(t)/dt$ は次式となる。

$$\begin{aligned}
 \frac{de^2(t)}{dt} &= r \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2\pi n}{T_0} a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T_0} t\right) - \frac{2\pi n}{T_0} b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T_0} t\right) \right\} \\
 &= \sum \left\{ \left(\frac{2rA_n}{T_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi n}{T_0} t\right) - \left(\frac{2rB_n}{T_0}\right) \sin\left(\frac{2\pi n}{T_0} t\right) \right\} \quad (\text{A5.29})
 \end{aligned}$$

ただし、

$$A_n = \pi n a_n = \sum_{i=0}^m (-1)^{i+1} \sin\left(2\pi n \frac{\tau_i}{T_0}\right)$$

$$B_n = \pi n b_n = \sum_{i=0}^m (-1)^i \cos\left(2\pi n \frac{\tau_i}{T_0}\right)$$

故に、 $de^2(t)/dt$ の電力スペクトル $N(f)$ は次式となる。

$$\begin{aligned}
 N(f) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{2rA_n}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{2rB_n}{T_0}\right)^2}{2} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \\
 &= \frac{2r^2}{T_0} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^2 + B_n^2) \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right)
 \end{aligned}
 \tag{A 5.30}$$